

การพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริม ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา*

The Development of Learning Model Based on Constructivism to Enhance Mathematical Abilities for Students in Primary

บริสุทธิ์ธรรม พิมพ์ศิริ (Borisudtum Pimsiri)**

สุเทพ อ่วมเจริญ (Sutep Uamcharoen)***

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา 2) เพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา และ 3) เพื่อขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา เป็นการวิจัยและพัฒนา โดยกำหนดรูปแบบการทดลองแบบหนึ่งกลุ่ม ทดสอบก่อนและหลังการทดลอง และทดสอบระหว่างการทดลอง 3 ระยะ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนอนุบาลสามเสนฯ จำนวน 40 คน ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา (JOICE Model) คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ และแบบสอบถาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าทีแบบไม่อิสระและการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัย พบว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา มีชื่อว่า “JOICE Model” ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ หลักการ วัตถุประสงค์ แนวคิด และทฤษฎี กระบวนการจัดการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยผลการทดสอบค่าประสิทธิภาพของรูปแบบ

* เพื่อการตีพิมพ์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอก

To publish paper based on a Ph.D. thesis.

** นักศึกษาระดับการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและวิธีสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร อาจารย์ที่ปรึกษาคุณุณิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สุเทพ อ่วมเจริญ

The Doctor of Philosophy Program in Curriculum and Instruction, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Silpakorn University. Thesis Advisors: Assoc. Prof. Sutep Uamcharoen, Ed.D.

*** อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. ภาควิชาหลักสูตรและวิธีสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร
Thesis Advisors Assoc. Prof, Ed.D. Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Silpakorn University.

การจัดการเรียนรู้ E_1/E_2 เท่ากับ 80.13/82.63 ตามเกณฑ์ 80/80 หลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ความสามารถด้านนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถด้านการคิดคำนวณ 3) ความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4) ความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาหลังเรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ: การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism / ความสามารถทางคณิตศาสตร์

Abstract

The purposes of this research were 1) to develop and determine the efficiency of a learning model based on constructivism to enhance mathematical abilities for students in primary 2) evaluate the effectiveness of a learning model based on constructivism to enhance mathematical abilities for students in primary 3) disseminate a learning model based on constructivism to enhance mathematical abilities for students in primary. That were researching and development using one-group pretest – posttest design and 3 times progressive tests. The sample group is 40 students in grade 5/2 of Anubansamsen School in the 2016 academic year, that were selected by simple random sampling. The research instruments were a model based on constructivism to enhance mathematical abilities for student in primary (JOICE Model), a manual of model, lesson plans, mathematical tests, interview form and questionnaire form. The data were analyzed by percentage, mean, standard deviation dependent t-test and content analysis. The research results were as follows: The learning model based on constructivism to enhance mathematical abilities for students in primary called “JOICE Model” was consisted of the principle, objective, theory, learning process and evaluation. The research results of the evaluation of experiential learning model were: The mathematical abilities include 1) mathematical conceptual 2) calculation 3) mathematical problem solving 4) mathematical reasonable for students in primary after using JOICE model was higher than before using model and statistically significant at the .05 level.

Keywords: learning model based on constructivism / mathematical abilities

บทนำ

ในปัจจุบันนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ต้องปรับเปลี่ยน เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีศักยภาพที่เท่าเทียมกับนานาชาติ ซึ่งจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ของ The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) หรือสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา จะมุ่งเน้นให้นักเรียนมีลักษณะดังนี้ 1) ตระหนักถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ (To learn to value mathematics) 2) มีความมั่นใจในความสามารถของตนเองที่จะทำคณิตศาสตร์ (To become confident in their ability to do mathematics) 3) เป็นนักแก้ปัญหา (To become mathematical problem solvers) 4) สามารถสื่อสารคณิตศาสตร์ได้ (To learn to communicate mathematically) 5) สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ (To learn to reason mathematically) (NCTM, 2000) ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง การฝึกปฏิบัติให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนรู้ต้องผสมผสานทั้งเนื้อหาสาระและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนรู้เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็น หรือมีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย นักเรียนสามารถเรียนรู้อย่างถ่องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์ และมีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริงได้ (อัมพร ม้าคอง, 2547)

ดังนั้นในการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ ต้องส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้มีคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์อยู่ในตัวนักเรียน โดยนักเรียนจะต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ ดังนี้ 1) ความสามารถด้านการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์และจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ เป็นสิ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ที่นักเรียนได้ประสบแล้วนำมาประมวลผลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ (Cockburn and Littler, 2010: 3-6) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554: 55) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน ครูที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยายความ เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ นอกจากนั้นยังมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยง และมีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย 2) ความสามารถด้านการคิดคำนวณ เป็นความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการจัดกระทำจำนวนต่างๆ ในลักษณะของการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ เศษส่วนตามที่โจทย์กำหนดได้อย่างคล่องแคล่ว แม่นยำ รวดเร็วและถูกต้อง มีแนวทางในการดำเนินการเรื่องใดเรื่องหนึ่งไปอย่างต่อเนื่อง อย่างเป็นขั้นตอนตามลำดับตั้งแต่ต้นจนได้ผลลัพธ์ ถ้านักเรียนได้ฝึกปฏิบัติบ่อยๆ จะทำให้ติดอยู่ในตัวนักเรียน เป็นผู้มีความสามารถในการคิดคำนวณที่ดีและเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3) ความสามารถด้านการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ผูกพัน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กนักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีความกระตือรือร้นและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ นานตลอดชีวิต

4) ความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการแสดงแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดตามหลักการ สมบัติและ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่จะส่งผลให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพเกิด ประสิทธิภาพสูงสุด และเป็นผู้มีความสามารถทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยนำแนวคิด Constructivism มาพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนอยู่ในโลกแห่งประสบการณ์ ได้มีโอกาสผิดพลาดและมีโอกาสแก้ตัว เรียนรู้จากความผิดพลาดนั้นๆ กล่าวคือ นักเรียนไม่ควรได้รับการสอนให้จดจำเนื้อหาต่างๆ เท่านั้น แต่ควรจะได้รับ การเสนอให้รู้จักคิดโดยผ่านประสบการณ์ต่างๆ ที่ตนได้รับผ่าน กระบวนการซึมซับ เป็นการนำข้อมูลหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับไปเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ที่ตนมีอยู่ และ มีการปรับกระบวนการการรู้คิด คือการคิดค้นหาวิธีการต่างๆ มาใช้ในการสร้างความเข้าใจจนเกิดเป็นความรู้ที่มีความหมายต่อด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้นำการสอนในรูปแบบต่างๆ ได้แก่ การสอนแบบห้องเรียนกลับด้าน การสอนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด การสอนแบบสาธิต การสอนแบบนิรนัย การสอนโดยใช้เกม และการสอนแบบใช้กิจกรรมเป็นฐานมาสังเคราะห์ ร่วมกับแนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ต่างๆ มาพัฒนาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์(JOICE Model) โดยมีการดำเนินการอย่างเป็นระบบ และต่อเนื่องผ่านการวิจัย เพื่อให้เกิดประสิทธิผลและมีประสิทธิภาพอย่างสูงสุด

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา
2. เพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา
3. เพื่อขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา

สมมติฐานการวิจัย

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด 80/80
2. นักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาสูงกว่าก่อนเรียน

3. นักเรียนกลุ่มขยายผลมีความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาสูงกว่าก่อนเรียน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

ประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลสามเสน (สำนักงานสลากกินแบ่งรัฐบาลอุปถัมภ์) ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวน 155 คน

กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ได้กลุ่มนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้อง 2 จำนวน 40 คน โรงเรียนอนุบาลสามเสน (สำนักงานสลากกินแบ่งรัฐบาลอุปถัมภ์) ที่กำลังศึกษาอยู่ใน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

กลุ่มขยายผลได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ได้กลุ่มนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้อง 3 จำนวน 40 คน โรงเรียนอนุบาลสามเสน (สำนักงานสลากกินแบ่งรัฐบาลอุปถัมภ์) ที่กำลังศึกษาอยู่ใน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

2. ระยะเวลาและเนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในงานวิจัย คือ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 31 ชั่วโมง โดยเนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 มี 3 หน่วย การเรียนรู้ ได้แก่ 1) มุม 2) สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น 3) การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ซึ่งผู้วิจัยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นในการจัดการเรียนรู้

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ตัวแปรต้น (Independent Variable) คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model)

3.2 ตัวแปรตาม (Dependent Variable) คือ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ มี 4 ด้าน ดังนี้

3.2.1 ความสามารถในการมีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดการเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านจำนวน สัญลักษณ์ หรือการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วสรุปรวมให้อยู่ในรูปนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ

3.2.2 ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการจัดกระทำจำนวนต่างๆ ในลักษณะของการบวก ลบ คูณ หารจำนวนตามที่โจทย์กำหนดได้อย่างคล่องแคล่ว แม่นยำ รวดเร็วและถูกต้อง มีแนวทางในการดำเนินการเรื่องใดเรื่องหนึ่งไปอย่างต่อเนื่อง อย่างเป็นขั้นตอนตามลำดับตั้งแต่ต้นจนได้ผลลัพธ์ ซึ่งวัดผลโดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการคิดคำนวณ ถ้าผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติบ่อยๆจะทำให้ติดอยู่ในตัวผู้เรียนเป็นผู้มีทักษะการคิดคำนวณที่ดีและเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ใน

การค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนต้องฝึกฝนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนขึ้นเพื่อพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3.2.4 ความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์

วิธีการดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยออกแบบและดำเนินการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เรียกว่า JOICE Model เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (Analysis)

ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานจากเอกสาร ได้แก่ แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivism และทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน และการออกแบบการเรียนการสอน การจัดการเรียนรู้แบบต่างๆ ได้แก่ การสอนแบบห้องเรียนกลับด้าน การสอนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด การสอนแบบสาธิต การสอนแบบนิรนัย การสอนแบบใช้เกม และการสอนแบบใช้กิจกรรมเป็นฐาน ข้อมูลพื้นฐานจากการสัมภาษณ์บุคคลเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์จากครู/ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ และจากแบบสอบถามความต้องการจำเป็นของนักเรียน (Need Analysis) ในการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เพื่อสรุปข้อมูลเป็นแนวทางในการกำหนดองค์ประกอบการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Design and Develop)

ขั้นตอนนี้เป็นการนำผลจากการวิเคราะห์ในขั้นตอนที่ 1 มาพัฒนาเป็นร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา และสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา (JOICE Model) คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ และแบบสอบถาม จากนั้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน ตรวจสอบร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ พบว่า ต้องปรับแก้ไขข้อในแต่ละขั้นของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยเลือกใช้คำที่มีความหมายชัดเจน เหมาะสมกับการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนและง่ายต่อการเข้าใจ ผู้วิจัยได้พัฒนาเครื่องมือและนำไปศึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจริง (Field Tryout) ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2558 ภาคฤดูร้อน ซึ่งเป็นนักเรียนที่เลือกมาอย่างเจาะจง (Purposive Sampling) จำนวน 40 คน เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการ

เรียนรู้ และเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือก่อนนำไปใช้ทดลองจริง และวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าทีแบบไม่อิสระและการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการตรวจสอบ พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model ตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญในภาพรวมมีความเหมาะสม/สอดคล้อง อยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.42$, S.D. = 0.19)

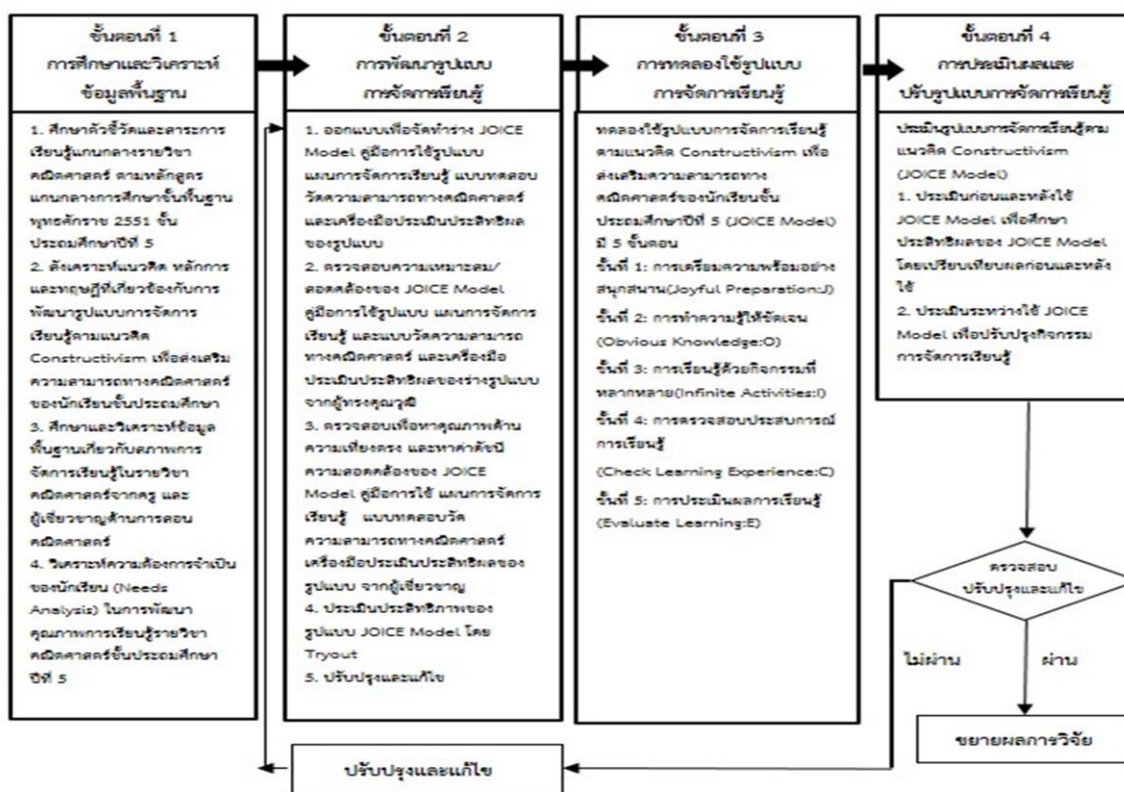
ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Implementation)

ขั้นตอนนี้เป็นการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง โดยผู้วิจัยนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้อง 2 จำนวน 40 คน โรงเรียนอนุบาลสามเสน (สำนักงานสลากกินแบ่งรัฐบาลอุปถัมภ์) ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ได้มาโดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย การดำเนินการในขั้นนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง มีการทดสอบก่อนและหลังเรียน (One Group Pretest-Posttest Design) เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย มี 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน วัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ด้านละ 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และทดสอบระหว่างเรียน 3 ระยะ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย มี 4 ตอน คะแนนเต็ม 20 คะแนน ซึ่งแต่ละตอนวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน ด้านละ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดลอง 1 ภาคเรียน ซึ่งครูผู้สอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ JOICE Model ต้องบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ โดยการประเมินผลความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใช้การเปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน และคะแนนพัฒนาการจากแบบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ แล้วสัมภาษณ์ความคิดเห็นของนักเรียนที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ JOICE Model ผู้วิจัยนำผลการทดลองตามกระบวนการของรูปแบบมาวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบ พิจารณาหาข้อบกพร่อง แล้วดำเนินการแก้ไขปรับปรุงรูปแบบ

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผล และการปรับปรุงรูปแบบ (Evaluation)

ขั้นตอนนี้เป็นการนำรูปแบบที่ผ่านการแก้ไขปรับปรุงไปขยายผลโดยการเปรียบเทียบความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ขยายผลรูปแบบที่เรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model เป็นการเปรียบเทียบความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังเรียน ศึกษาพัฒนาการของความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ขยายผลที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ระหว่างเรียนและศึกษาความคิดเห็นของครูที่มีต่อการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้จากการสัมภาษณ์ แล้วนำข้อมูลมาพิจารณาปรับปรุงรายละเอียดของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model ให้สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

ในการดำเนินการวิจัยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดของการดำเนินการวิจัยดังภาพ

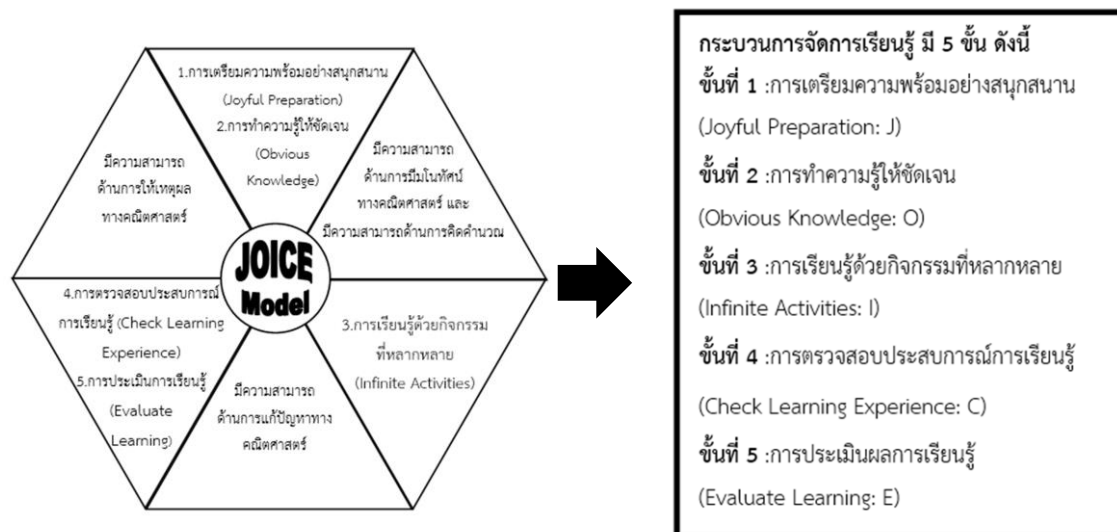


ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สรุปลผลการวิจัยได้ดังนี้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา มีชื่อว่า “JOICE Model” ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ 1.1) หลักการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิด Constructivism เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผ่านประสบการณ์ต่างๆ ที่ผู้เรียนได้รับไปเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ที่ผู้เรียนมีอยู่ และปรับกระบวนการคิดค้นหาวิธีการต่างๆ มาใช้ในการสร้างความเข้าใจจนเกิดเป็นความรู้ที่มีความหมายด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ 1.2) วัตถุประสงค์ เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ได้แก่ ความสามารถด้านการมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการคิดคำนวณ ความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริงตามศักยภาพ 1.3) แนวคิดและทฤษฎี แนวคิดและทฤษฎีสร้างความรู้ แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์, ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเยกกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์, ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์, ทฤษฎีของดินส์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์, ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่มี

ความสัมพันธ์กัน 1.4) กระบวนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ขั้นที่ 1 การเตรียมความพร้อมอย่างสนุกสนาน (Joyful Preparation: J) ใช้ลักษณะเด่นของการสอนแบบห้องเรียนกลับด้าน จะส่งเสริมความสามารถด้านการมีโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ 1) ครูใช้สื่อการเรียนรู้จากสื่อทำมือ วิดีทัศน์ เพลง หรือบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปธรรมอยู่บนอินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนรู้ เพื่อเตรียมความพร้อมให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างสนุกสนาน 2) ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ที่ได้เรียนรู้จากสื่อเหล่านั้น ขั้นที่ 2 การทำความรู้ให้ชัดเจน (Obvious Knowledge: O) ใช้ลักษณะเด่นของการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด การสอนแบบสาธิต การสอนแบบนิรนัยจะส่งเสริมความสามารถด้านการมีโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์และการคิดคำนวณของนักเรียน คือ 3) ครูกำหนด 2 กลุ่มสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ให้นักเรียนเปรียบเทียบหาลักษณะที่เหมือนกันและลักษณะที่ต่างกัน เพื่อนำไปสู่โน้ตส์(ความคิดรวบยอด) หรือคำจำกัดความของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์นั้นๆ 4) ครูกำหนดสถานการณ์ หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ที่มี พร้อมทั้งให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 การเรียนรู้ด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย (Infinite Activities: I) ใช้ลักษณะเด่นของการสอนแบบใช้เกม การสอนแบบใช้กิจกรรมเป็นฐาน จะส่งเสริมความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ 5) นักเรียนฝึกสร้างปัญหา และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง พร้อมทั้งให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบ 6) นักเรียนฝึกฝนความสามารถทางคณิตศาสตร์ ผ่านการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เล่นเกมคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมหรือเกมที่แข่งขันอาจจัดเป็นรายคู่ รายกลุ่ม หรือเล่นสนุกๆ เพื่อเพิ่มความสามารถทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 การตรวจสอบประสบการณ์การเรียนรู้ (Check Learning Experience: C) ใช้ลักษณะเด่นของการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ 7) นักเรียนกำหนดปัญหา สถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง หรือเกิดจากประสบการณ์ที่นักเรียนเคยเผชิญมา มาแก้ปัญหาและคำนวณหาคำตอบของปัญหา ที่กำหนด โดยตรวจสอบความถูกต้องจากเพื่อน สื่อจัดการเรียนรู้ที่อยู่บนอินเทอร์เน็ต (Internet) หรือผู้รู้ ขั้นที่ 5 การประเมินผลการเรียนรู้ (Evaluate Learning: E) ใช้ลักษณะเด่นของการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ 8) นักเรียนทำบันทึกการเรียนรู้สู่ชีวิตจริง เพื่อประเมินองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการนำองค์ความรู้ที่เกิดขึ้นไปใช้ในชีวิตจริงด้านการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้องค์ความรู้เดิมผสมผสานสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ที่มีความชัดเจนด้วยความเข้าใจกระจ่างแจ้งจากกิจกรรมหรือประสบการณ์ที่ได้ปฏิบัติ/เรียนรู้ไป 1.5) การวัดและประเมินผล วัดความสามารถทางคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการมีโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการคิดคำนวณ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยวัดและประเมินผลก่อน/หลัง และระหว่างใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model แสดงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาได้ดังภาพ



ผลจากการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 5 คน ได้ค่าความเหมาะสม/สอดคล้อง มีค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) ระหว่าง 4.18 – 4.64 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ระหว่าง 0.58 – 0.82 แสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model ที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม/สอดคล้องเชิงโครงสร้าง เมื่อนำไปทดลองภาคสนาม (Field Tryout) และหาค่าประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model E_1/E_2 เท่ากับ 80.00/81.25 ตามเกณฑ์ 80/80 จึงยอมรับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

2. เมื่อพิจารณาความสามารถทางคณิตศาสตร์แต่ละด้านของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางคณิตศาสตร์แต่ละด้านดังตาราง

คะแนนเฉลี่ย ความสามารถทาง คณิตศาสตร์ ด้านละ 5 คะแนน	ความสามารถ ด้าน การ มีมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์		ความสามารถ ด้าน การคิดคำนวณ		ความสามารถ ด้าน การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์		ความสามารถ ด้าน การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	
ระหว่างเรียน	$\bar{X}$	4.30	$\bar{X}$	3.98	$\bar{X}$	3.90	$\bar{X}$	3.85
	S.D.	0.52	S.D.	0.53	S.D.	0.50	S.D.	0.53
หลังเรียน	$\bar{X}$	4.55	$\bar{X}$	4.10	$\bar{X}$	4.03	$\bar{X}$	4.00
	S.D.	0.55	S.D.	0.55	S.D.	0.53	S.D.	0.45

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S.D.	t-test	P
ก่อนเรียน	40	20	7.03	2.08	28.32*	.00
หลังเรียน	40	20	16.68	1.51		

* $P < .05$

จากตาราง พบว่าผลการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งยอมรับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 และสรุปได้ว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นในระหว่างเรียนถึงหลังเรียน และหาค่าประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model E_1/E_2 เท่ากับ 80.13/82.63 ตามเกณฑ์ 80/80

3. เมื่อพิจารณาความสามารถทางคณิตศาสตร์แต่ละด้านของนักเรียนกลุ่มขยายผล มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางคณิตศาสตร์แต่ละด้านดังตาราง

คะแนนเฉลี่ย ความสามารถทาง คณิตศาสตร์ ด้านละ 5 คะแนน	ความสามารถ ด้าน การ มีมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์		ความสามารถ ด้าน การคิดคำนวณ		ความสามารถ ด้าน การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์		ความสามารถ ด้าน การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	
ระหว่างเรียน	$\bar{X}$	4.30	$\bar{X}$	3.90	$\bar{X}$	3.93	$\bar{X}$	3.80
	S.D.	0.52	S.D.	0.50	S.D.	0.42	S.D.	0.56
หลังเรียน	$\bar{X}$	4.35	$\bar{X}$	3.95	$\bar{X}$	3.95	$\bar{X}$	3.83
	S.D.	0.58	S.D.	0.45	S.D.	0.55	S.D.	0.45

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S.D.	t-test	P
ก่อนเรียน	40	20	7.20	2.05	30.76*	.00
หลังเรียน	40	20	16.05	1.48		

*P<.05

จากตาราง พบว่าผลการขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) นักเรียนกลุ่มขยายผลมีความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งยอมรับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 และสรุปได้ว่านักเรียนกลุ่มขยายผลที่เรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model มีพัฒนาการความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นในระหว่างเรียนถึงหลังเรียน

อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. จากผลการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาอย่างเป็นระบบทุกกระบวนการ โดยผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 5 คน พบว่า รูปแบบมีคุณภาพด้านความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างและเชิงเนื้อหา และมีประสิทธิภาพสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสม

และครอบคลุมความต้องการจำเป็นในการส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระดับมาก เมื่อพิจารณาองค์ประกอบ 5 องค์ประกอบของรูปแบบ พบว่า 1.1) หลักการของรูปแบบมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับแนวคิด Constructivism และทฤษฎีพื้นฐาน สามารถใช้เป็นกรอบในการกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ 1.2) วัตถุประสงค์ มีความเหมาะสม เป็นการแสดงสิ่งมุ่งหวังที่จะให้นักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ด้านการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการคิดคำนวณ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และนำไปใช้จริงตามศักยภาพ 1.3) แนวคิดและทฤษฎี มีความเหมาะสมและสอดคล้องอันเนื่องมาจากแนวคิดและทฤษฎีสรรค์สร้างความรู้ (Underhill, 1991; Jonassen, 1992) ที่กล่าวไว้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอยู่ในโลกแห่งประสบการณ์ ได้มีโอกาสผิดพลาดและมีโอกาสแก้ตัวจากความผิดพลาดนั้นๆ นักเรียนไม่ควรได้รับการสอนให้จดจำเนื้อหาต่างๆ แต่ควรนำข้อมูลหรือความรู้ใหม่ผ่านประสบการณ์ที่ได้รับไปเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ที่ตนมีอยู่ นักเรียนสามารถแก้ไขปัญหาในสถานการณ์ที่คลุมเครือโดยให้ความสนใจศึกษากระบวนการเรียนรู้ด้วยการกระทำของตนเอง และการปรับกระบวนการรู้คิด พยายามค้นหาวิธีการต่างๆ มาใช้ในการสร้างความเข้าใจอย่างกระจ่างแจ้งจนเกิดเป็นองค์ความรู้หรือมโนทัศน์ที่มีความหมายต่อตนเอง โดยผู้สอนต้องออกแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสได้สร้างองค์ความรู้ด้วยวิธีที่ต่างกัน เน้นแก้ปัญหาที่มีความหมายจริงๆ และเป็นปัญหาในชีวิตจริง มีรูปแบบที่เป็นรูปธรรม จัดเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน สร้างความรู้ร่วมกัน ร่วมมือกันทำงานและใช้คำถามกระตุ้นการค้นหา โดยผู้สอนเป็นผู้ที่อำนวยความสะดวกในการจัดหาเครื่องมือ อุปกรณ์ ที่จะสามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้มากที่สุดและดีที่สุด ผลการวิเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ ทฤษฎีของดินส์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (Bell, 1981; พรณี ชูทัย เจนจิต, 2528: 170; สุรางค์ โค้วตระกูล, 2536: 140-141; ทิศนา ขัมมณี, 2545: 64) กล่าวไว้ว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผู้สอนจำเป็นต้องคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียนเป็นสำคัญทั้งนี้เนื่องจากสาระของวิชาคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กัน การจัดการเรียนรู้จะสูงขึ้นตามลำดับ ถ้าเรียนรู้แบบไม่เข้าใจ อาจทำให้เกิดความผิดพลาดในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับสูงขึ้น การให้การบ้านก็ไม่ควรให้มากเกินไปแต่ควรให้สม่ำเสมอ และใช้เวลาในการทำไม่มากเกินไป ที่สำคัญต้องไม่ยากจนผู้เรียนทำไม่ได้ จะทำให้นักเรียนหมดกำลังใจในการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จได้นั้นผู้สอนจะต้องนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ต่างๆ มาใช้ ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระดับประถมศึกษา ผู้เรียนในช่วงวัยนี้ไม่สามารถเข้าใจคำพูดที่เป็นนามธรรมได้โดยตรง เพราะสิ่งที่เขื่อนามธรรมจะขึ้นกับการหยั่งรู้ การเรียนรู้ด้วยตนเอง จากประสบการณ์ และสิ่งที่เขื่อนามธรรม ดังนั้นต้องเน้นการให้เหตุผลที่อิงรูปธรรม ซึ่งการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงต้องมีสื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมมาประกอบ ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงจนเกิดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มากที่สุด ฝึกให้ผู้เรียนเชื่อมโยงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเรื่องให้สัมพันธ์กัน จึงจะสามารถนำไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีเหตุผล และควรให้การเสริมแรงทางบวกเป็นคำพูด หรือสภาพที่ทำให้พฤติกรรมเกิดขึ้นซ้ำอีก หรือการเสริมแรงทางลบ เพื่อเป็นการเปลี่ยนสภาพการณ์

หรือเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อมบางอย่าง ในการทำให้เกิดพฤติกรรมแบบที่ต้องการ 1.4) กระบวนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์แนวคิด และทฤษฎีพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ของKlausmeir, 1971; Hannafin and Peck, 1988; Tripp and Bichelmeyer, 1990; Gagné, Briggs and Wager, 1992; Kemp, Morrison and Ross, 1994; Glasser, 1998 และ ทิศนา แคมมณี, 2545 สรุปได้ว่าองค์ประกอบของการ ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีดังนี้ 1) การเตรียมความพร้อม 2) การเข้าใจในความรู้ 3) การเรียนรู้ด้วย กิจกรรม 4) การตรวจสอบประสบการณ์การเรียนรู้ 5) การประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับรูปแบบการ จัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism ที่กล่าวไว้ว่า 1) ทำความรู้อยู่ที่กระจำจ้ง 2) ระบุการได้รับและ เข้าใจข้อมูลใหม่ 3) ยืนยันความถูกต้องและใช้ข้อมูลใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับ SU Model (สุเทพ อ่วมเจริญ, 2557) ที่กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism 1) การวางแผน 2) การออกแบบ 3) การเรียนรู้ และการจัดการชั้นเรียน 4) การตรวจสอบทบทวน 5) การใช้ความรู้ใหม่ โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์ลักษณะเด่นของ การจัดการเรียนรู้แบบต่างๆ ได้แก่ การสอนแบบห้องเรียนกลับด้าน การสอนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด การสอนแบบสาธิต การสอนแบบนิรนัย การสอนแบบใช้เกม และการสอนแบบใช้กิจกรรมเป็นฐานในกระบวนการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้น 1.5) การวัดและ ประเมินผลมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับแนวคิดการประเมินผลตามของ SOLO Taxonomy (Biggs and Collis, 1982) ที่กล่าวไว้ว่าเป็นระบบที่นำมาช่วยอธิบายนักเรียนว่ามีพัฒนาการการปฏิบัติที่ซับซ้อนอย่างไรใน การเรียนเพื่อรอบรู้ที่มีความหลากหลายของภาระงานทางวิชาการโดยที่นิยามจุดประสงค์ของหลักสูตรในสภาพที่ พึงประสงค์ของการปฏิบัติ เพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนที่ปฏิบัติได้จริง การใช้ SOLO Taxonomy จะช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนตระหนักถึงองค์ประกอบที่หลากหลายของหลักสูตรได้ชัดเจนขึ้น จากกระบวนการเหล่านี้ จึงส่งผลให้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ JOICE Model ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตาม เกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผ่านเกณฑ์ 80/80 เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่1 สามารถนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถทางคณิตศาสตร์ของก่อนและหลังเรียนตามรูปแบบการ จัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) พบว่า หลังเรียนนักเรียนมีความสามารถทาง คณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดคำนวณ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน และในระหว่างเรียนถึงระยะหลังเรียน จากระดับปาน กลางเป็นระดับมาก เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 เมื่อพิจารณาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนแต่ละด้าน จะพบว่าด้านการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถคิด บอกความหมายเกี่ยวกับสิ่ง ใดสิ่งหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านจำนวน สัญลักษณ์ หรือการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการ ได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วสรุปรวมให้อยู่ในรูปนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของอรชา อิศรางกูร ณ อยุธยา (2555) พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารโม นทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การสอนมโนทัศน์ ขั้นที่ 2 การนำเสนอมโนทัศน์ ขั้นตอนที่ 3 การให้ความกระจ่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ และขั้นตอนที่ 4 การสรุปโดยใช้

เอกสารสรุปมโนทัศน์ ทำให้ครูได้พัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 64 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อีกทั้งนักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คือ มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงานในระดับสูง นักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนสามารถจัดกระทำจำนวนต่างๆ ในลักษณะของการบวก ลบ คูณ หารจำนวนตามที่โจทย์กำหนดได้อย่างคล่องแคล่ว แม่นยำ รวดเร็วและถูกต้อง มีแนวทางในการดำเนินการเรื่องใดเรื่องหนึ่งไปอย่างต่อเนื่อง อย่างเป็นขั้นตอนตามลำดับตั้งแต่ต้นจนได้ผลลัพธ์ซึ่งวัดผลโดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการคิดคำนวณ ถ้าผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติบ่อยๆ จะทำให้ติดอยู่ในตัวผู้เรียน เป็นผู้มีทักษะการคิดคำนวณที่ดีและเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของนิติกาญจน์ ไกรสิทธิพัฒน์ (2553) พบว่าหลังสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบ่งออกเป็น 3 ตอน ตอนที่ 1 เนื้อหาและแบบฝึกหัด ตอนที่ 2 กิจกรรมและเกม ตอนที่ 3 แบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนต้องฝึกฝนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนขึ้นเพื่อพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถแสดงแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของกิตติมา ปัทมาวิไล (2557) พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีชื่อว่า “RICH Model” ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบเชิงหลักการและวัตถุประสงค์ องค์ประกอบเชิงกระบวนการ และองค์ประกอบเชิงเงื่อนไขการนำรูปแบบไปใช้ โดยผลการทดสอบค่าประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ E_1/E_2 เท่ากับ 80.07/83.90 ตามเกณฑ์ 80/80 หลังการทดลองใช้รูปแบบผู้เรียนมีทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของผู้เรียนที่มีต่อรูปแบบการเรียนการสอนโดยภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด

3. จากผลการขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์คือ นักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และมีพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ NCTM (2000), Marsh, C.J (2004), สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554) และสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551) ที่มุ่งเน้นการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะ

จากการค้นพบในการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1. จากผลการวิจัยพบว่า หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา นักเรียนมีความสามารถด้านการมีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ผู้สอนควรนำรูปแบบนี้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

2. ก่อนการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism (JOICE Model) เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาไปใช้ ผู้สอนต้องศึกษาและทำความเข้าใจในองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อการจัดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งสร้างความเข้าใจกับผู้เรียนในขั้นตอนการใช้รูปแบบ

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาของนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

- กิตติมา ปัทมาวิไล. (2557). “การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.” วารสาร Veridian E-Journal ฉบับภาษาไทย สาขามนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ 9, 3(กันยายน – ธันวาคม): 377-391.
- ทศนา แคมมณี. (2545). ศาสตร์การสอน. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิติกัญจน์ ไกรสิทธิพัฒน์. (2553). ผลการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดคำนวณของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2528). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: วราวุฒิจการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). การวัดผลและประเมินผล. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.
- _____. (2554). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). แนวทางการบริหารจัดการหลักสูตรตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สุเทพ อ่วมเจริญ. (2557). การเรียนการสอน: การออกแบบนวัตกรรมและเทคโนโลยี. นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2536). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- อรชา อิศรางกูร ณ อยุธยา. (2555). “การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารสรุปโน้ตทัศน์เพื่อเสริมสร้าง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทพศิรินทร์.” วารสารวิจัยทางการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 7. 2 (ตุลาคม-มีนาคม): 245-253.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). “ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์.” ประมวลบทความ หลักการและแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

ภาษาต่างประเทศ

Bell, F.H. (1981). **Teaching and Learning Mathematics in Secondary School**

Dubuque,Iowa:WM.C. Brown Company Publishers.

Biggs, J.B. and Collis, K.F. (1982). **Evaluating the Quality of Learning-the SOLO Taxonomy.**

New York: Academic Press.

Cockburn and Littler. (2010). “The Upper Students Conceptions and Misconceptions about

Photosynthesis in Khon Kaen Thailand.” **SEAMEORECSAM**. Penang Malaysia. 84(4) : 3

Gagne, R. M., Briggs, L. J. and Wager, W. W. (1992). **Principles of instructional design**. 4th ed.

Fort Worth, TX: Harcourt Brace Jovanovich.

Glasser, W. (1998). **Choice theory: A new psychology of personal freedom**. New York:

Harper Collins.

Hannafin, M. J. and Peck, K.L. (1988). **The design, development, and evaluation of**

instructional software. New York: Macmillan.

Jonassen, D.H. (1992). “Evaluating constructivist learning.” **In constructivism and technology**

of instruction, 55-62. Edited by T.M. Duffy (E.D.). New Jersey: Lawrence Erlbaum
Associates Publishers.

Kemp, J., Morrison, G.R. and Ross, S.M. (1994). **Designing Effective Instruction**. New York:

Merrill.

Klausmeier, Herbert J. and Ripple, Richard E. (1971). **Learning and Human Abilities**. New York:

Harper and Row, Publishers, Inc.

Marsh, C.J. (2004). **Key concepts for understanding the curriculum**. 3rd ed. New York:

Routledge Falmer.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). **Principles and standards for**

school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Tripp, S.D. and Bichelmeyer, B. (1990). **Rapid prototyping: An alternative instructional**

design strategy. Educational Technology, Research and Development, 38(1).

Underhill, R.G. (1991). “Two layers of constructivist curriculum interaction.” **In Radical**

constructivism in mathematics education. 229-248. Edited by von Glasersfeld.

Dordrecht: Kluwer Academic.