

การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์*

Concept Attainment Model in Mathematics

ศิริรัตน์ ปัญจศุภวงศ์ (Sirirat Puchasupawong)**

บทคัดย่อ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม การสอนคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน ควรวางแผนการจัดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ สร้างสถานการณ์ให้เกิดการคิด วิเคราะห์ เชื่อมโยงกับประสบการณ์กับที่มีมาก่อน แล้วจัดกลุ่มข้อมูลโดยใช้ลักษณะสำคัญร่วมในที่สุดผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง จะเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย และช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการนี้เรียกว่า รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Klausmeir and Frayer มีขั้นตอนในการ 3 ขั้นตอน คือ 1) การสอนขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน 2) การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น และ 3) การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง เป็นกระบวนการจัดประเภท โดยการค้นหาแยกแยะประเภทของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งแต่ละประเภทจะมีคุณลักษณะที่เหมือนกันหรือร่วมกัน มีการเชื่อมโยงข้อมูลกับประสบการณ์ของตน ในที่สุดผู้เรียนจะสามารถสร้างความหมายและเข้าใจมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์อย่างต่อเนื่อง จะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและการเรียนในระดับที่สูงขึ้นต่อไป

คำสำคัญ: คณิตศาสตร์ รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

* บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเผยแพร่ความรู้ทางวิชาการ

This article aims for publishing academic knowledge.

** อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง อีเมล: siriratming@hotmail.com

Lecturer at Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University.

e-mail: siriratming@hotmail.com

Abstract

Mathematics is an important role in the development of human thoughts. It promotes humans' creativity, rational thought, systematic thinking, careful analysis, accurate prediction and planning, and wise decision making. Teaching mathematics to make students understand what they are learning can be done by efficient learning management, analytical thinking simulation, linking to previous experiences, then group by its co-dominant. This process is called Concept Attainment Model. The principle in the theory based on Klausmeir and Frayer has threefold level as following: concrete and identity, classificatory, and formal. These are the sorting processes by searching for different types of things. Each category has the same or common features and there is a link to students' own experiences. In order that students will be able to construct meaning and understand the concept by themselves, using the approach continuously will benefit learners in solving complex problems and learning at higher levels.

Key words: Mathematics Concept Attainment Model

บทนำ

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งต่อบุคคลทุกวัย ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้บุคคลแก้ปัญหาในการดำเนินชีวิตอย่างมีเหตุผล คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความคิดเพื่อความก้าวหน้าในด้านต่างๆ การเปลี่ยนแปลงของโลกในปัจจุบันเป็นไปอย่างรวดเร็วเป็นผลมาจากความเจริญทางเทคโนโลยี ดังนั้นการจัดการศึกษาจึงมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้มีความสามารถในการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นระบบ การคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ และการคิดอย่างสร้างสรรค์ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ ต่อยอดความคิด และใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ให้มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ อารมณ์และสติปัญญา เพื่อประโยชน์ในการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น

นอกจากนี้ ความจำเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ ประกอบด้วย ความสามารถในการอ่านออกเขียนได้ การสื่อสารด้วยภาษา ความสามารถเชิงตัวเลขและการแก้ปัญหา ตลอดจนการเรียนรู้เนื้อหาสาระพื้นฐาน ได้แก่ ความรู้ ทักษะ ค่านิยม และเจตคติที่เป็นพื้นฐานของมนุษย์ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2558: 1) ยังชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านการเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และด้านสาระการเรียนรู้ ทั้งทักษะเชิงตัวเลข และทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งสังคมปัจจุบันที่เป็นยุคโลกาภิวัตน์เต็มไปด้วยข่าวสารและข้อมูล ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะได้สามารถจัดการกับความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว และความซับซ้อนของสังคม ความสามารถในการเข้าถึงและรับรู้ ท่ามกลางสาระข้อมูลที่ท่วมท้นนั้น ผู้เรียนมีความจำเป็นที่ต้องเลือกรับ จำแนก จัดระเบียบและตัดสินใจทางเลือกที่เหมาะสม ทั้งในกิจวัตรประจำวันที่ต้องอาศัยความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และสืบเนื่องจากการเข้าสู่ประชาคมอาเซียน โดยมีตลาดและฐานการผลิตร่วมกัน และจะมีการเคลื่อนย้ายสินค้า บริการ การลงทุน เงินทุน และแรงงานมีฝีมืออย่างเสรี สอดคล้องกับ

จุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษา ของ(ร่าง)กรอบทิศทางแผนการศึกษาแห่งชาติการศึกษา (พ.ศ. 2560 – 2574) ที่มุ่งให้การศึกษาเป็นเครื่องมือหรือกลไกในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ให้มีทักษะ ความรู้ความสามารถ และสมรรถนะในการปฏิบัติงานที่ตอบสนองความต้องการของตลาดแรงงานและการพัฒนาประเทศ (สามารถเรียนรู้ได้ตามความถนัดและความสนใจ) และดำรงชีวิตในสังคมอย่างมีความสุข จึงมีความจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีพื้นฐานคณิตศาสตร์ที่เข้มแข็ง เพื่อที่จะไปให้ถึงเป้าหมายของการทำงานและการดำเนินชีวิตที่มีคุณภาพ

คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มวิชาที่เป็น “เครื่องมือ” เช่นเดียวกับภาษาไทย ดังนั้น เด็กทุกคนจึงถูกกำหนดให้เรียนตั้งแต่เล็กๆ คำว่าวิชาที่เป็นเครื่องมือนี้ คือวิชาที่จะใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิชาอื่นๆ เช่น ถ้าอ่าน (ภาษาไทย) ไม่ออก ก็จะเรียนรู้วิชาอื่นๆ ไม่ได้ เช่นเดียวกัน หลักสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือการสอนทักษะการคิด ผ่านจำนวน และทักษะต่างๆ ของคณิตศาสตร์ การคิดจึงเป็นกระบวนการสำคัญที่จะสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และนำไปใช้ในวิชาอื่นๆ ดังนั้น หน้าที่สำคัญของครูคณิตศาสตร์ จึงควรสอนให้ผู้เรียนคิดเน้นกระบวนการคิด เมื่อเด็กเริ่มคิดเป็น ก็จะนำไปประยุกต์ใช้ได้โดยไม่รู้ตัว ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของมณีนันท์ บุญท้วม (2555: 479-490) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการปรับวิธีการเรียนการสอนด้วยการลดบทบาทของผู้สอนมาเป็นผู้ให้คำแนะนำ เปิดโอกาสให้มีการเรียนรู้เป็นกลุ่มหรือบุคคล ให้ผู้เรียนมีโอกาสพูดแสดงความคิดเห็น และลงมือปฏิบัติและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ผ่านการฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์สามารถจับหลักการหรือประเด็นได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ/แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ นำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ

แนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จโดยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย มีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน 3 ประเภท คือ

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (concrete learning experience) หรือ การเรียนรู้ขั้น “ลงมือกระทำ” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้กระทำกับวัตถุสิ่งของต่างๆ ควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม (semi concrete learning experience) หรือการเรียนรู้ขั้น “การเกิดภาพในใจ” เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตาควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย นักเรียนไม่ต้องกระทำกับวัตถุแต่สังเกตหรือดูภาพของวัตถุ

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม (abstract learning experience) หรือการเรียนรู้ขั้น “คิดนามธรรม” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียวไม่ต้องมีการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา

การจัดการศึกษาที่ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน มากกว่าการท่องจำซึ่งไม่ช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ หากครูยึดหลักที่ว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ โดยมีการวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบ สร้างสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ การแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง เชื่อมโยงประสบการณ์กับข้อมูลที่มีเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง ในที่สุดผู้เรียนจะสามารถสร้างและสรุปมโนทัศน์นั้นด้วยตนเองเกิดเป็นความเข้าใจที่ลึกซึ้ง (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 8)

ซึ่งมโนทัศน์เป็นโครงสร้างทางสติปัญญาที่เป็นพื้นฐานการคิดทุกประเภท หากมนุษย์ไม่มีมโนทัศน์ มนุษย์จะไม่สามารถคิดได้ (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2550: 109) ครูจึงต้องส่งเสริมผู้เรียนให้เกิดความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ รู้จักเชื่อมโยงมโนทัศน์เรื่องต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะการตีความ และใช้ประโยชน์จากมโนทัศน์ใหม่ๆ ในทางสร้างสรรค์ (เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์, 2549: 60)

การจัดการเรียนรู้โดยการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ในรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจ พัฒนาความคิด สามารถคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ จนสามารถบรรลุจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ได้ บทความนี้จึงมุ่งเน้นให้ครูสอนวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เห็นความสำคัญของการนำเอาการจัดการเรียนรู้โดยการสร้างมโนทัศน์ไปปรับใช้เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายทางการเรียนการสอนต่อไป

คำว่า มโนทัศน์ (Concept) นั้นมีนักการศึกษาได้กำหนดคำอื่น ๆ ขึ้นมาใช้ในความหมายเดียวกันนี้อีก เช่น ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนมติ มโนภาพ สังกัป เป็นต้น ซึ่งมโนทัศน์เป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ การสังเกต การได้รับประสบการณ์ ใช้คุณลักษณะที่มีลักษณะคล้ายกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน จะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น มโนทัศน์นั้น ไม่จำเป็นต้องตรงกับประสบการณ์ของเราเสมอไป แต่เป็นความพยายามจัดประเภทของประสบการณ์เข้าเป็นพวกๆ มโนทัศน์มีความหมายกว้างมาก เช่น คำว่า “คนไทย” ก็อาจหมายถึงคนที่มีลักษณะต่างๆ เช่น สูง ต่ำ ดำ ขาว ฯลฯ เมื่อกล่าวถึงมโนทัศน์เกี่ยวกับคนไทย จึงไม่ได้พิจารณาลักษณะละเอียดปลีกย่อยที่แตกต่างกัน แต่หากพิจารณาเฉพาะลักษณะที่สำคัญ อันเป็นลักษณะร่วมกันของคนไทยเท่านั้น มโนทัศน์นั้นจะเป็นข้อสรุปของคนคนหนึ่งเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อาจเป็นข้อสรุปของสิ่งนั้น ชั่วระยะเวลาหนึ่ง หรือตลอดไปเลยก็ได้

กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์

Ausubel (1968) ได้กล่าวไว้ว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์เกิดขึ้นได้ 2 วิธี คือ

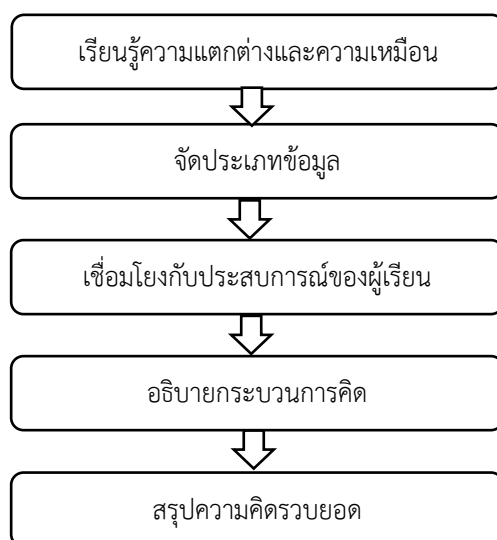
1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบ หรือใช้วิธีการอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่า ถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น

2. การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ แบบอุปมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤต (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น

เฉลิมลาภ ทองอาจ (2552: 3-4) กล่าวว่า การเรียนรู้และการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งของบุคคล เกิดจากกระบวนการรับข้อมูลผ่านประสาทสัมผัส แล้วตีความหมายข้อมูลเบื้องต้นโดยหากเกิดความเข้าใจก็จะเก็บข้อมูลนั้นไว้ในความทรงจำ และเมื่อรับข้อมูลชนิดเดิมซ้ำอีกหลายครั้ง ก็จะสามารถสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับข้อมูลดังกล่าวได้ ในกรณีที่บุคคลพบข้อมูลหรือตัวอย่างที่ไม่มีประสบการณ์มาก่อน สมองจะดำเนินการเปรียบเทียบลักษณะของข้อมูลนั้นกับลักษณะต้นแบบ จากนั้นจึงนำผลการเปรียบเทียบไปใช้จำแนกข้อมูลว่าเป็น

มโนทัศน์หรือไม่ ซึ่งเมื่อบุคคลเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งแล้ว จะสามารถบอกชื่อ อธิบายนิยาม ลักษณะ และกฎเกณฑ์ รวมทั้งยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และไม่เป็นมโนทัศน์ได้

จากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้แก่ผู้เรียนได้ ทั้งนี้การจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดกิจกรรมอย่างเป็นระบบให้ผู้เรียนได้กระทำกิจกรรม ใช้ความสามารถในการเรียนรู้ความแตกต่างและความเหมือนกันของสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสลับซับซ้อน ใช้กระบวนการจัดประเภท จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วขึ้น เมื่อเจอกับข้อมูลใหม่ ก็จะสามารถจำแนกจัดหมวดหมู่ และเชื่อมโยงกับความคิดรวบยอดที่มีอยู่ได้ง่ายขึ้นลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว อีกทั้งช่วยลดความจำเป็นในการศึกษาเรียนรู้ความรู้ที่เราารู้แล้ว ตลอดจนช่วยให้เราสามารถแยกแยะ อธิบาย บางสิ่งบางอย่างที่เราไม่รู้ได้ นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางในการวางแผนกิจกรรมต่าง ๆ ที่เราจะทำในอนาคตได้ด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2548: 124) กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์สามารถสรุปได้ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์

การสอนให้เกิดมโนทัศน์ มีลักษณะดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned) โดยให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีส่วนร่วมกัน
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts) โดยให้ผู้เรียนแยกแยะ และจัดกลุ่มคุณลักษณะต่างๆ จากตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่การกำหนดลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น

5. ส่งเสริมและแนะนำผู้เรียนให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรูด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้หรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) ถ้ายังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

หลักการสอนมโนทัศน์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ศึกษาถึงหลักการสอนมโนทัศน์ไว้หลายท่าน จะขอเสนอหลักการสอนมโนทัศน์ของ Ausubel, Gagne' และ Klausmeir and Frayer มีรายละเอียดดังนี้ (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2545: 49-50)

1. หลักการสอนมโนทัศน์ของ Ausubel

Ausubel เสนอหลักการสอนที่รู้จักโดยทั่วไปว่า “Top – Down” ซึ่งเชื่อว่าถ้าผู้เรียนได้เรียนมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยหลาย ๆ อย่างก่อน โดยรู้คุณลักษณะที่สำคัญ หรือวิกฤตของมโนทัศน์นั้น ก็จะส่งผลให้ผู้เรียนสามารถจัดมโนทัศน์ย่อยที่มีคุณลักษณะร่วมให้อยู่ภายใต้ได้ ทั้งนี้ Ausubel เสนอหลักการสอนดังนี้

- 1.1 เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างและมีคุณลักษณะสำคัญครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยอื่นๆ
- 1.2 เน้นให้ผู้เรียนทราบถึงคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์
- 1.3 จัดกลุ่มสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะสำคัญร่วมกับมโนทัศน์ที่ได้บอกผู้เรียนในข้อหนึ่ง
- 1.4 ให้ตัวอย่างเฉพาะสิ่งเร้า ซึ่งอาจจะเป็นสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่มีคุณลักษณะเหมือนกับมโนทัศน์
- 1.5 สรุปลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ย่อย พร้อมกับให้ตัวอย่าง

2. หลักการสอนมโนทัศน์ของ Gagne'

Gagne' (อ้างถึงใน สุรางค์ โค้วตระกูล, 2545: 252) ได้เสนอรูปแบบการสอนที่เรียกว่า Bottom – up Model ซึ่งเป็นวิธีที่ตรงข้ามกับ Ausubel มีหลักการในการสอนมโนทัศน์ ที่เริ่มสอนจากมโนทัศน์ที่เฉพาะและง่ายก่อน โดยให้ผู้เรียนทราบคำจำกัดความและคุณลักษณะของมโนทัศน์เพื่อจะได้ใช้เป็นพื้นฐานที่จะสร้างกฎหรือหลักการที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ที่กว้างหรือสูงขึ้น โดยมองเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์เฉพาะกับมโนทัศน์รวม

3. หลักการสอนมโนทัศน์ของ Klausmeir and Frayer

Klausmeir and Frayer แบ่งการสอนมโนทัศน์เป็น 3 รูปแบบ คือ 1) การสอนขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน 2) การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น และ 3) การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีคุณภาพและขั้นสูง โดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้น ดังนี้

3.1 การสอนมโนทัศน์ขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน (Concrete / Identify Level Process)

- 1) แสดงตัวอย่างซึ่งอาจจะเป็นของจริงหรือรูปภาพ พร้อมกับมีของที่เหมือนกับตัวอย่างไว้หลาย ๆ อย่าง
- 2) ในขณะที่แสดงตัวอย่างให้ผู้เรียนดู ครูจะต้องบอกชื่อมโนทัศน์พร้อม ๆ กับตัวอย่าง
- 3) ครูจะต้องบอกข้อมูลย้อนกลับให้ผู้เรียนทันทีว่าคำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิดการบอกให้ผู้เรียนทราบทันที จะช่วยให้ผู้เรียนจำสิ่งที่เรียนได้ดีขึ้น
- 4) ครูควรแสดงรูปภาพที่มีขนาด หรือสีต่างกันไป ให้ผู้เรียนดูและถาม แล้วบอกว่าคืออะไร
- 5) ถ้ามีความจำเป็นที่จะต้องสอนผู้เรียนซ้ำตั้งแต่ขั้นหนึ่งถึงขั้นสี่ก็ควรจะทำ เพื่อความแน่ใจว่าผู้เรียนได้เรียนรู้ความคิรวบยอดที่ครูตั้งใจจะสอน

3.2 การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น (Beginning Classificatory Level)

- 1) ครูยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่ต้องการจะเสนอพร้อมกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างสัก 2-3 อย่าง
- 2) ช่วยหรือแนะให้ผู้เรียนใช้วิธีอนุมานหรืออุปมาน เพื่อจะหาคุณลักษณะพิเศษของสิ่งนั้น
- 3) ให้ผู้เรียนให้คำจำกัดความของสิ่งนั้นด้วยตนเอง
- 4) ให้นักเรียนบอกคุณลักษณะสำคัญที่นักเรียนค้นพบเป็นเกณฑ์ เป็นลักษณะที่เหมือนกันและแตกต่างกัน หรือลักษณะที่มีส่วนสัมพันธ์กัน

3.3 การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง (Mature Classificatory and Formal Level)

- 1) เตรียมผู้เรียนให้มีความสนใจและใส่ใจมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ โดยบอกชื่อความคิรวบยอดที่จะเรียน
- 2) ให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์เพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์และเชื่อมโยงไปสู่ลักษณะของมโนทัศน์นั้น ๆ
- 3) ช่วยผู้เรียนให้ตั้งคำถามที่จะทำได้ สามารถบอกชื่อมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ได้
- 4) ให้ผู้เรียนใช้คำจำกัดความของมโนทัศน์และคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ โดยคำพูดของนักเรียนเอง
- 5) ครูควรพยายามให้ผู้เรียนมีโอกาสใช้มโนทัศน์ที่เรียนรู้แล้วแก้ปัญหาต่อไป
- 6) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความเข้าใจ ลักษณะของมโนทัศน์ และเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นด้วยตนเองอย่างแท้จริง

จากหลักการสอนมโนทัศน์ของนักจิตวิทยาดังกล่าวข้างต้น มลฤดี ลีวเฉลิมวงศ์ (2541: 58) ได้นำมากำหนดเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ มีขั้นตอนของกิจกรรม ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่แจ้งให้ผู้เรียนทราบว่าเรียนเรื่องอะไร เพื่อเป็นการกระตุ้นให้เกิดความสนใจและทราบว่าเรียนอะไร ในขั้นนี้ครูควรแสดงคำที่เป็นชื่อมโนทัศน์ที่สอนโดยใช้บัตรคำหรือเขียนบนกระดานดำ และเพื่อเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ จึงควรบอกประโยชน์ของมโนทัศน์ที่จะเรียน
2. ขั้นแสดงตัวอย่าง ขั้นนี้มีความสำคัญมาก ครูนำของจริงหรือรูปภาพให้ผู้เรียนดู เพื่อให้เกิดมโนทัศน์อย่างชัดเจน ครูควรแสดงตัวอย่างทั้งที่ใช้และไม่ใช้ตัวอย่างที่มีลักษณะคล้ายคลึงจะยิ่งดี

3. ขั้นสรุปรวบยอด หลังจากครูแสดงตัวอย่างให้ผู้เรียนดูแล้ว ให้ผู้เรียนพยายามสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเองว่าตัวอย่างที่ครูแสดงมีลักษณะอย่างไร ซึ่งผู้เรียนต้องพยายามตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานในใจ ครูจึงเป็นผู้ที่บอกว่า สิ่ง que ผู้เรียนสรุปนั้นถูกหรือผิด ครูจะไม่เป็นผู้สรุปแต่เป็นผู้แนะนำในบางครั้งเพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ด้วยตนเอง

4. ขั้นทดสอบ เมื่อผู้เรียนสรุปมโนทัศน์ได้แล้ว ครูจะต้องทดสอบความเข้าใจของผู้เรียน เพื่อให้เกิดความถูกต้อง แม่นยำ และละเอียดพอในความเข้าใจมโนทัศน์ของผู้เรียน

ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง เศษส่วนแท้ ตามแนวคิดของ Klausmeir and Frayer โดยแสดงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังแผนภาพที่ 2

แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ “เศษส่วนแท้”



ขั้นตอนที่ 1 การสอนมโนทัศน์ขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน (Concrete / Identify Level Process)

การจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ เริ่มจากครูนำเสนอจำนวนที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ “เศษส่วนแท้” ลักษณะที่ 1 คือ เศษส่วนที่ตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน ซึ่งเป็นจำนวนที่เป็นมโนทัศน์ ลักษณะที่ 2 เศษส่วนที่ตัวเศษมากกว่าหรือเท่ากับตัวส่วนและจำนวนนับ ซึ่งเป็นจำนวนที่ไม่เป็นมโนทัศน์ อย่างละ 10 จำนวน สลับกันโดยการสุ่ม เมื่อครูแสดงจำนวนที่เป็นตัวอย่างของ มโนทัศน์ “เศษส่วนแท้” ครูจะกล่าวว่า “เป็น” และ เมื่อครูแสดงจำนวนที่ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ ครูจะกล่าวว่า “ไม่เป็น” จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียน เกิดกระบวนการคิด จากการสังเกตลักษณะของจำนวนทั้งสอง ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร รวมทั้งลักษณะเด่น ที่ปรากฏร่วมกัน ตัวอย่างจำนวนทั้งสองลักษณะ ดังนี้

$$\begin{array}{l} \text{ลักษณะที่ 1 ได้แก่ } \frac{2}{7}, \frac{1}{8}, \frac{16}{25}, \frac{31}{32} \text{ และ } \frac{4}{90} \\ \text{ลักษณะที่ 2 ได้แก่ } \frac{6}{6}, 7, \frac{4}{3}, 24 \text{ และ } \frac{11}{2} \end{array}$$

หลังจากที่ผู้เรียนร่วมกันสนทนาแสดงความคิดเห็นแล้ว ครูให้ผู้เรียนกำหนดสมมติฐานตามความเข้าใจว่าจำนวนที่เป็นมโนทัศน์มีลักษณะสำคัญอย่างไร

ขั้นตอนที่ 2 การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น (Beginning Classificatory Level)

การจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ ครูนำเสนอตัวอย่างชุดใหม่ โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ระบุด้วยตนเองว่าตัวอย่างนั้นจำนวนที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ และครูทดสอบความเข้าใจมโนทัศน์ด้วยการให้ผู้เรียนบอกลักษณะที่สำคัญหรือให้คำจำกัดความ จากนั้นให้ผู้เรียนแต่ละคนยกตัวอย่างจำนวนที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง (Mature Classificatory and Formal Level)

ครูบอกชื่อมโนทัศน์ที่เรียนว่า เป็นเศษส่วนแท้ ซึ่งมีลักษณะที่สำคัญคือ เป็นเศษส่วนที่ตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วนจากนั้นครูใช้คำถามเพื่อวัดความเข้าใจมโนทัศน์ “เศษส่วนแท้” เช่น ผู้เรียนทราบได้อย่างไรว่า จำนวนที่ “เป็น” เป็นเศษส่วนแท้ ผู้เรียนสังเกตความแตกต่างของจำนวนที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ อย่างไร และผู้เรียนมีวิธีการใดตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ตอนแรก หากไม่สามารถอธิบายลักษณะที่เป็นเศษส่วนแท้ได้ ครูควรตั้งคำถาม เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด และสามารถสร้างข้อสรุปด้วยตนเองได้ แล้วนำเสนออีกครั้ง

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์จะต้องมีการจัดลำดับตามขั้นตอน มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันของเนื้อหา มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างครูและผู้เรียน โดยวางแผนทางให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิดไปสู่การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง การจัดกระบวนการเรียนการสอนโดยการตั้งคำถามที่แสดงถึงความเชื่อมโยง และก่อให้เกิดการคิดของผู้เรียนไปในแนวทางที่ถูกต้อง สามารถพัฒนาไปเป็นความเข้าใจที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง มีเวลาให้คิดค้น ไตร่ตรอง วิเคราะห์ ในการสร้างแนวคิดใหม่ในวิถีทางที่ตนเข้าใจ ยิ่งไปกว่านั้นครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นความเห็นสะท้อนความคิดอย่างมีเหตุผลซึ่งมีความสำคัญไม่น้อยกว่าคำตอบในขั้นสุดท้าย หากผู้เรียนได้รับการฝึกฝนการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์อย่างต่อเนื่อง จะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและการเรียนในระดับที่สูงขึ้น

โดยทั่วไป ครูมักคุ้นเคยกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยสอนเนื้อหาที่เป็นความรู้ก่อนแล้วให้ผู้เรียนทำกิจกรรมที่พิสูจน์ความรู้ จากนั้นให้ทำแบบฝึกหัด โจทย์ปัญหา เพื่อฝึกการใช้ความรู้ที่ได้เรียนมาและเกิดความคุ้นเคยกับปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกันกับเนื้อหา ใช้กระบวนการสอนที่ผู้เรียนเป็นผู้ได้รับความรู้ ใช้การบรรยาย บอก สาธิตเนื้อหาทางคณิตศาสตร์อันก่อให้เกิดความรู้ที่ผู้เรียนมองเฉพาะผลลัพธ์ ไม่ได้เน้นกระบวนการให้ผู้เรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง อันเป็นการมองข้ามกระบวนการเรียนรู้และทัศนคติที่จะนำไปสู่การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ดังนั้นการสอนที่ผู้เรียนได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ใช้กิจกรรมและสถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่ข้อค้นพบและสรุปความรู้ที่ได้เองนั้น จำเป็นต้องอาศัยกระบวนการที่ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจถึงความหมายและที่มาของความรู้นั้น สามารถแสดงความคิดในเชิงเหตุผลและนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

อย่างไรก็ตาม การสอนหรือการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของครูเป็นความสามารถเฉพาะตัวของแต่ละคน ที่รวมทั้งศาสตร์ด้านการสอนและศิลปะการสอนเข้าไว้ด้วยกัน บุคลิกภาพ ประสบการณ์ และเทคนิคของครูมีส่วนสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนสนใจเรียน สอนได้อย่างราบรื่นและประสบความสำเร็จตามที่ตั้งเป้าหมายไว้ แต่บางครั้งจะพบว่า ตนเองวางแผนการสอน ออกแบบการสอนมาเป็นอย่างดี แต่นักเรียนกลับไม่เข้าใจสิ่งที่ครูสอน ไม่สามารถทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้บรรลุวัตถุประสงค์ได้ เนื่องจากผู้สอนเตรียมกิจกรรมเอง จึงคิดว่าผู้เรียนจะเข้าใจเหมือนที่ตนเข้าใจ ในขณะที่ผู้เรียนมีความรู้้น้อยกว่าและไม่เคยทำกิจกรรมมาก่อน ก็สื่อความหมายไปตามระดับความสามารถของตน ปัญหาเหล่านี้เกิดขึ้นบ่อยครั้งในวิชาคณิตศาสตร์ และมักได้รับการแก้ไขอย่างมีประสิทธิภาพ หากครูมีประสบการณ์มากพอ รวมทั้งมีความรู้ในศาสตร์ที่ตนเองสอนอย่างลึกซึ้ง มีกลวิธีในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม จะทำให้การจัดการเรียนการสอนประสบความสำเร็จ มีคุณภาพ เกิดประโยชน์สูงสุดกับผู้เรียนต่อไป

ข้อควรคำนึงถึงในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

1. การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ค่อนข้างใช้เวลามาก ครู ควรมีการวางแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้อย่างรัดกุม ไม่ควรด่วนสรุปมโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการ หรือกรณีทั่ว ๆ ไปเสียเอง
2. หากนักเรียนแสดงเหตุผลได้ไม่สมบูรณ์หรือยังไม่สมเหตุสมผล ครูไม่ควรตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่ควรใช้คำพูดเสริมแรง เช่น เหตุผลที่นักเรียนอธิบายมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือเหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง
3. ครูจำเป็นต้องวิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียน เพื่อขยายความ และเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกับศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง
4. การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง ที่จะสร้างความตระหนักรู้ว่าความรู้และทุกสิ่งทุกอย่างที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสมเหตุสมผล ซึ่งนักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

บทสรุป

การสอนคณิตศาสตร์เป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน มีทั้งข้อมูลที่เหมือนกันและแตกต่างกันออกไป จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่มนุษย์เราจะต้องใช้ความสามารถในการเรียนรู้ความแตกต่างและความเหมือนกันของสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสลับซับซ้อนเหล่านั้น ไปใช้กระบวนการจัดประเภท การจัดระเบียบของข้อมูลที่เกิดขึ้นในสมอง เมื่อเจอกับข้อมูลใหม่ ก็จะสามารถจำแนก จัดหมวดหมู่ แล้วเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิม เกิดเป็นมโนทัศน์ใหม่ขึ้น ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วขึ้น ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว ลดความจำเป็นในการศึกษาเรียนรู้ความรู้ที่เราารู้แล้ว ช่วยให้เราสามารถแยกแยะ อธิบาย บางสิ่งบางอย่างที่เราไม่รู้ได้ ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรศึกษาวิธีการสอนและรูปแบบดังกล่าว ไปใช้จัดการเรียนรู้และส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์ อีกทั้งคำนึงถึงความเหมาะสมกับธรรมชาติของวิชา วย และพัฒนาการของผู้เรียนด้วย

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). **การคิดเชิงมนทัศน์**. กรุงเทพฯ: ชัคเชสมิเดีย.

เฉลิมลาภ ทองอาจ. “การจัดการเรียนรู้หลักการใชภาษาโดยใช้รูปแบบการสอนมนทัศน์”.

วารสารศึกษาศาสตร์. ปีที่ 20 ฉบับที่ 1 ตุลาคม 2551 – มกราคม 2552, หน้า 1-14.

มณีนรัตน์ บุญท้วม. (2555). “การศึกษาผลการใช้บทเรียนบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตแบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมอนันต์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6”.

Veridian E-Journal Silpakorn University 5, (1). (มกราคม – เมษายน): 479-490.

มฤดี ลีเฉลิมวงศ์. (2541). “การพัฒนาความคิดรวบยอดวิชาสังคมศึกษาเรื่องทรัพยากรธรรมชาติของไทยโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนสังคมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ยุพิน พิพิธกุล. (2546). **การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพฯ: บริษัทพิพิธการพิมพ์ จำกัด.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). (ร่าง) **กรอบทิศทางแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2560-2574**.

เข้าถึงเมื่อวันที่ 2 มีนาคม. เข้าถึงได้จาก <http://backoffice.onec.go.th/uploaded/Outstand/2016-EdPlan60-74.pdf>.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2558). **การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย: การพัฒนา ผลกระทบ สภาวะถดถอยในปัจจุบัน**. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2545). **จิตวิทยาการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2550). **จิตวิทยาการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. (2551). **การสอนคิดเชิงมนทัศน์**. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

อัมพร มาคนอง. (2547). “การพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” เอกสารประกอบการสอน รายวิชา 2704643 ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาต่างประเทศ

Ausubel, D. Paul. (1968). **Educational Psychology: A Cognitive View**. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bruner, Jerome S., Jacqueline J. Goodnow, and George A. Austin. (1977). **A Study of Thinking**. New York: John Willey.

Freyer, Dorothy A., Wayne C. Fredrick., and Herbert J. Klausmeir. (1969). **A Schema for Testing the Level of Cognitive Mastery**. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.

Gagne, Robert. M. (1977). **The condition of learning**. New York : Holt & Rinehart and Winston.

Goodwin, William. L., and Herbert J. Klausmeir. (1995). **Facilitating Student Learning : An Introduction to Education Psychology**. New York : Harrer & Row.

Lasley, Thomas J., and Thomas J. Matczynski. (2002). **Instructional Models: Strategies for Teaching in a Diverse Society**. Wadsworth/Thomson Learning.