

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย*

An Efficiency Comparison of Fraction Nonconforming Control Charts

สุพิชา รุ่งเรือง**

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมเบต้า แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมคิว เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงทวินามด้วยพารามิเตอร์ n และ p โดยปัจจัยต่างๆ ที่นำมาศึกษา คือ ค่าสัดส่วนของเสีย (p_0) มีค่าตั้งแต่ 0.01, 0.02, 0.05, 0.1 และ 0.2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 20, 30, 50, 100 และ 150 และขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) เท่ากับ 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 2.0, 3.0 และ 4.0 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือ ค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (ARL) ในการวิจัยครั้งนี้ได้จำลองข้อมูลทั้งหมด 240 สถานการณ์แต่ละสถานการณ์ทำซ้ำจำนวน 10,000 ครั้ง ด้วยเทคนิค-มอนติคาร์โล

ผลการศึกษาพบว่า เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุมแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียและแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน แต่เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุมพบว่าแผนภูมิควบคุมเบต้ามีประสิทธิภาพในการตรวจพบค่าสัดส่วนของเสีย ในกรณีที่ค่าสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ในทางกลับกันแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีประสิทธิภาพดี ในกรณีที่สัดส่วนของเสียและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียมีค่ามากในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

Abstract

The objective of this research is to compare an efficiency of Beta control chart, Moving average p chart and Q control chart when the data has a binomial distribution with parameter n and p . The studied factors consist of levels of fraction nonconforming (p_0) were set at 0.01, 0.02, 0.05, 0.1 and 0.2, sample sizes (n) were set at 10, 20, 30, 50, 100 and 150. In addition, the shifts in fraction nonconforming (δ) were set at 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 2.0, 3.0 and 4.0. The criterion is examined efficiency in term of an

* วัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แผนภูมิ ซึ่งประกอบด้วย แผนภูมิควบคุมเบต้า แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมคิว พร้อมทั้งหาข้อสรุปสำหรับการตัดสินใจเลือกแผนภูมิแต่ละชนิดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

** ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถ.พหลโยธิน เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900 อาจารย์ ที่ปรึกษา อาจารย์จุฑาภรณ์ สันสมบุรณ์ทอง, Ph.D. อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม อาจารย์ธิดาพร ศุภภากร, Ph.D.

Average Run Length (ARL). A simulation study was conducted by Monte Carlo technique with 10,000 repetitions, thus creating 240 situations for this simulation study. The results of this study were as follows: In case of an in-control process, Moving average p chart and Q control chart seemed to have slightly different performance. In case of an out-of-control process, Beta control chart is suitable for a small fraction nonconforming and a small shift in fraction nonconforming. However, Moving average p chart is suitable for a large fraction nonconforming and a large shift in fraction nonconforming, regardless of the sample size.

บทนำ

ปัจจุบันมีการแข่งขันด้านการผลิตในกระบวนการอุตสาหกรรมค่อนข้างสูง คุณภาพของผลิตภัณฑ์จึงเข้ามามีบทบาทสำคัญในการตัดสินใจซื้อสินค้าของผู้บริโภค คุณภาพหมายถึงคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่เป็นไปตามความต้องการของผู้บริโภค รวมทั้งการออกแบบผลิตภัณฑ์ให้คงอยู่ มีคุณสมบัติตามข้อกำหนดและผู้ใช้บริโภคต้องการ มีความเหมาะสมต่อการใช้งาน ทำให้ผลิตภัณฑ์ได้รับความนิยมมากกว่าผลิตภัณฑ์ชนิดอื่น ดังนั้นผู้ผลิตจำเป็นต้องควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ให้ได้ตามมาตรฐานที่กำหนด แต่ความเป็นจริงกระบวนการผลิตมักมีความผันแปรของคุณภาพผลิตภัณฑ์เกิดขึ้น ซึ่งผู้ผลิตต้องการควบคุมความผันแปรให้เกิดขึ้นน้อยที่สุด โดยปัจจัยที่มีผลต่อความผันแปรประกอบด้วยหลายๆ ปัจจัย เช่น พนักงาน เครื่องจักร วัตถุดิบ และวิธีการผลิต เป็นต้น เมื่อใดที่มีความผันแปรเกิดขึ้นมากแสดงว่ากระบวนการผลิตมิได้อยู่ภายใต้การควบคุมหรือกระบวนการผลิตได้ผิดปกติไปจากที่ควรจะเป็น ทำให้คุณภาพของผลิตภัณฑ์ไม่เป็นไปตามที่กำหนด จึงควรมีการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิต โดยใช้การควบคุมกระบวนการทางสถิติมาช่วย เพื่อหาสาเหตุที่ทำให้เกิดการผลิตรายเสีย ตรวจสอบและแจ้งเตือนให้ผู้ผลิตทราบว่ากระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงจากที่กำหนดไว้ เป็นต้น การควบคุมกระบวนการทางสถิติประกอบด้วยเครื่องมือหลายชนิด เช่น ใบตรวจสอบ แผนภูมิพาเรโต ฮิสโตแกรม แผนผังก้างปลา แผนภูมิควบคุม ซึ่งเครื่องมือที่นิยมนำมาใช้ในกระบวนการควบคุมคุณภาพการผลิต คือ แผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมคือวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่ใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบและแจ้งเตือนการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิต เพื่อให้สามารถทำการแก้ไขปัญหาด้านคุณภาพได้อย่างรวดเร็วเมื่อมีความผิดปกติของการผลิตเกิดขึ้น แผนภูมิควบคุมที่ใช้ควบคุมคุณภาพในกระบวนการผลิตสามารถจำแนกได้ 2 ประเภท คือ แผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแปร (Control Charts for Variables) และแผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะ (Control Charts for Attributes) การวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับคุณลักษณะ แผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับคุณลักษณะที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปในการตรวจสอบสัดส่วนของเสีย คือ แผนภูมิสัดส่วนของเสีย (p Chart) เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิต การสร้างแผนภูมิดังกล่าวนี้อาศัยหลักการของการแจกแจงแบบทวินามเพื่อตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย ซึ่งสัดส่วนของเสียในตัวอย่างที่สุ่มมา คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนของ

เสียที่พบ (X) ซึ่งมีการแจกแจงแบบ ทวินามด้วยพารามิเตอร์ n และ p กับขนาดตัวอย่าง นั่นคือ $\hat{p} = X/n$ โดยการแจกแจงของ $\hat{p}$ ได้มาจากการแจกแจงแบบทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ p และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{p(1-p)}{n}$ เพื่อสร้างขีดจำกัดควบคุม 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (จุฑาภรณ์, 2554)

นอกจากนี้ยังมีแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียแบบอื่นๆ อีก ดังงานวิจัยต่อไปนี้ Quesenberry (1997) เสนอแผนภูมิควบคุมคิว (Q Chart) สำหรับตัวแปรสุ่มแบบทวินามเพื่อใช้ในการควบคุมสัดส่วนของเสียของกระบวนการ Khoo (2004) เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย (Moving Average p Chart) เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแผนภูมิสัดส่วนของเสียที่ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ช้า Oliveira (2012) เสนอแผนภูมิควบคุมเบต้า (Beta Control Chart) สำหรับตรวจสอบกระบวนการที่มีตัวแปรชี้วัดเป็นสัดส่วนของเสีย เป็นต้น จากผลการศึกษาของ Thomas และ Schwertman (1997) พบว่าแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิสัดส่วนของเสีย ภัทรทิพย์ (2545) พบว่าแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมที่ใช้การแปลงข้อมูลด้วย Arcsine และแผนภูมิควบคุมพีปรับแก้ เมื่อ $1.5 \leq np_0 < 4.5$ และจากผลการศึกษาของ อินทิพร (2546) พบว่าแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมจีโอเมตริก เมื่อค่าสัดส่วนของเสียมีค่ามากขึ้นและขนาดการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นมาก

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียหลายๆ แผนภูมิ ทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมเบต้า แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย ทั้ง 2 แผนภูมิเป็นแผนภูมิที่มีผู้คิดค้นขึ้นมาใหม่และไม่เคยมีการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมอื่น และแผนภูมิควบคุมคิวที่เคยมีการศึกษามาก่อนหน้านี้และพบว่าแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิสัดส่วนของเสีย ผู้วิจัยศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมดังกล่าวกรณีกระบวนการผลิตอยู่ภายในการควบคุม และกรณีกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือ ค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) หมายถึง จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ต้องตรวจสอบจนกระทั่งพบการออกนอกขีดจำกัดการควบคุมเป็นครั้งแรก

วิธีการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมเบต้า (Beta Control Chart: Beta) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย (Moving Average p Chart: MAP) และแผนภูมิควบคุมคิว (Q Control Chart: Q) การศึกษาครั้งนี้กำหนดค่าสัดส่วนของเสียหลายๆ ค่า เพื่อพิจารณาว่าหากสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยแตกต่างกันจะมีผลต่อประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมหรือไม่ โดยมีวิธีการศึกษาดังนี้

1. จำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงทวินามทั้งหมด 240 สถานการณ์ จากพารามิเตอร์ที่กำหนด ดังนี้

1.1 สัดส่วนของเสีย (p_0) เท่ากับ 0.01, 0.02, 0.05, 0.1 และ 0.2

1.2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 20, 30, 50, 100 และ 150

1.3 จำนวนกลุ่มย่อยเท่ากับ 25

1.4 ขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) ดังนี้

(1) เมื่อกระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม ขนาดของการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) เท่ากับ 1.0

(2) เมื่อกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม เปลี่ยนขนาดของการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) จากค่า 1.0 เป็น 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 2.0, 3.0 และ 4.0 กล่าวคือสัดส่วนของเสียที่เปลี่ยนแปลงไป (p_1) คือสัดส่วนของเสียที่ต้องการควบคุม (p_0) คูณด้วยขนาดของการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) หรือ $p_1 = \delta p_0$

1.5 ช่วงเวลาเคลื่อนที่ (w) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย เท่ากับ 2, 3, 4 และ 5

2. คำนวณค่าสถิติของแต่ละแผนภูมิควบคุม ดังนี้

2.1. แผนภูมิควบคุมเบต้า (Oliveira, 2012)

กำหนดให้ค่าสถิติ คือ ค่าสัดส่วนของเสียในแต่ละกลุ่มย่อย ($\hat{p}_i$)

$$\hat{p}_i = \frac{x_i}{n}$$

โดยที่ x_i แทน จำนวนของผลิตภัณฑ์ที่ไม่ตรงตามข้อกำหนดในกลุ่มย่อยที่ i

n แทน ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มย่อย

2.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย (Khuo, 2004)

กำหนดให้ค่าสถิติ คือ M_i โดยที่การคำนวณค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของช่วงเวลา w ณ เวลา i ใดๆ แบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 : $i \geq w$

$$M_i = \frac{\hat{p}_i + \hat{p}_{i-1} + \dots + \hat{p}_{i-w+1}}{w}$$

$$= \frac{\sum_{j=i-w+1}^i \hat{p}_j}{w}$$

กรณีที่ 2 : $i < w$

$$M_i = \frac{\sum_{j=1}^i \hat{p}_j}{i}$$

2.3 แผนภูมิควบคุมคิว (Quesenberry, 1997)

กำหนดให้ค่าสถิติ คือ Q_t

$$Q_t = \Phi^{-1}(u_t)$$

โดยที่ $\Phi^{-1}(\cdot)$ แทน อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงปกติมาตรฐาน

$$\text{และ } u_t = B(x_t; n, p_0)$$

โดยที่ u_t แทน ค่าความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงทวินาม

x_t แทน จำนวนของเสียจากตัวอย่างที่นำมาตรวจสอบ

p_0 แทน สัดส่วนของเสีย

n แทน ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มย่อย

3. คำนวนชี้แจงจำกัดการควบคุมสำหรับแต่ละแผนภูมิตามสถานการณ์ที่กำหนด (ที่มาของชี้แจงจำกัดควบคุมสำหรับแต่ละแผนภูมิแสดงในภาคผนวก) ดังนี้

3.1 แผนภูมิควบคุมเบต้า ซึ่งชี้แจงจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุมเบต้า เป็นดังนี้

$$UCL_B = \bar{p} + w_2 \sqrt{s^2(\bar{p})}$$

$$CL_B = \bar{p}$$

$$LCL_B = \bar{p} - w_1 \sqrt{s^2(\bar{p})}$$

โดยที่ UCL_B แทน ชี้แจงจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมเบต้า

LCL_B แทน ชี้แจงจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุมเบต้า

CL_B แทน เส้นกึ่งกลางของแผนภูมิควบคุมเบต้า

$\bar{p}$ แทน ค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย

$s^2(\bar{p})$ แทน ความแปรปรวนของสัดส่วนของเสีย

w_1, w_2 แทน ค่าคงที่ที่แสดงถึงความกว้างของชี้แจงจำกัดควบคุม ที่สอดคล้อง

กับบริเวณควบคุม $(1-\alpha)$ และค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยที่ต้องการ (Oliveira, 2012)

3.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย ซึ่งชี้แจงจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียสามารถแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 : ชี้แจงจำกัดควบคุม 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับช่วงเวลา $i \geq w$

คือ

$$UCL_M = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}}$$

$$CL_M = \bar{p} \quad \text{โดย } \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \hat{p}_i}{25}$$

$$LCL_M = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}}$$

กรณีที่ 2 : ขีดจำกัดควบคุมสำหรับช่วงเวลา $i < w$ คือ

$$UCL_M = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}$$

$$CL_M = \bar{p} \quad \text{โดย } \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \hat{p}_i}{25}$$

$$LCL_M = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}$$

โดยที่ UCL_M แทน ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับ สัดส่วนของเสีย

CL_M แทน เส้นกลางของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย

LCL_M แทน ขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับ สัดส่วนของเสีย

$\bar{p}$ แทน ค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย

n แทน ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มย่อย

3.3 แผนภูมิควบคุมคิว ซึ่งขีดจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุมคิว เป็นดังนี้

$$UCL_Q = 3$$

$$CL_Q = 0$$

$$LCL_Q = -3$$

โดยที่ UCL_Q แทน ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมคิว

LCL_Q แทน ขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุมคิว

CL_Q แทน เส้นกึ่งกลางของแผนภูมิควบคุมคิว

4. นำค่าสถิติที่คำนวณได้ในแต่ละกลุ่มย่อยในข้อ 2.1 ถึง 2.3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุม เพื่อหาจำนวนของค่าสถิติที่อยู่นอกขีดจำกัดการควบคุม

5. ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 1 ถึงข้อ 4 จำนวน 10,000 รอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์ แล้วหาผลรวมสะสมของค่าสถิติที่อยู่นอกขีดจำกัดการควบคุมทั้งหมด

6. หาค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย ดังนี้

6.1 กรณีกระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม นำค่าที่ได้จากข้อ 5 มาหารด้วยจำนวนรอบคือ 10,000 จะได้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ($\hat{\alpha}$) เพื่อนำมาหาค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (ARL_0) ค่า ARL_0 คือ จำนวนกลุ่มย่อยเฉลี่ยที่ต้องตรวจสอบจนกระทั่งแผนภูมิควบคุมพบการออกนอกขีดจำกัดการควบคุมเป็นครั้งแรก เมื่อกระบวนการผลิตยังอยู่ในการควบคุม

$$ARL_0 = \frac{1}{\hat{\alpha}}$$

เมื่อ $\hat{\alpha}$ คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่กระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม เมื่อกระบวนการผลิตยังอยู่ในการควบคุม

6.2 กรณีกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม นำค่าที่ได้จากข้อ 5 มาหารด้วยจำนวนรอบคือ 10,000 จะได้ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่กระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม $(1 - \hat{\beta})$ เพื่อนำมาหาค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (ARL_1) ซึ่งค่า ARL_1 คือ จำนวนกลุ่มย่อยเฉลี่ยที่ต้องตรวจสอบจนกระทั่งแผนภูมิควบคุมพบการออกนอกขีดจำกัดการควบคุมเป็นครั้งแรก เมื่อกระบวนการผลิตได้ออกนอกการควบคุมไปแล้ว

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \hat{\beta}}$$

เมื่อ $\hat{\beta}$ คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่กระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม ซึ่งในสภาพความเป็นจริงพบว่ากระบวนการผลิตได้ออกนอกการควบคุมไปแล้ว

7. เปรียบเทียบค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยในแต่ละสถานการณ์

7.1 กรณีกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียที่มีค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยมากที่สุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียนั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุด

7.2 กรณีกระบวนการอยู่นอกการควบคุม แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียที่มีค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยน้อยที่สุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียนั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจสอบกระบวนการเมื่อกระบวนการเปลี่ยนแปลงไปได้ดีที่สุด

8. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

ผลการศึกษา

ผลการศึกษาแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม และสัดส่วนของเสียไม่เปลี่ยนแปลง แสดงค่า ARL_0 ในแต่ละสถานการณ์ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุมพิจารณาจากค่า ARL_0 โดยแผนภูมิควบคุมชนิดใดมีค่า ARL_0 สูงสุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุดในสถานการณ์นั้นๆ จากผลการศึกษาพบว่าค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (ARL_0) ของแผนภูมิควบคุมเบต้ามี่แนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อ p_0 และ n เพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อสัดส่วนของเสียและขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุมเบต้าจะมีประสิทธิภาพในการควบคุมค่าสัดส่วนของเสียดีขึ้น ซึ่งแผนภูมิควบคุมเบต้าจะมีประสิทธิภาพในการควบคุมค่าสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด เมื่อ $n = 150$ ในทุกค่าของ p_0 นอกจากนี้ค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ ∞ เนื่องจาก $ARL_0 = 1/\hat{\alpha}$ และ $\hat{\alpha} = 0$ แสดงว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียตรวจไม่พบค่าสัดส่วนของเสียของตัวอย่างที่ออกนอกขีดจำกัดการควบคุมเลยเมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เพิ่มขึ้น พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย

เคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะมีประสิทธิภาพในการควบคุมค่าสัดส่วนของเสียดีขึ้น ส่วนค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคิวส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ ∞ เช่นเดียวกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย ดังนั้นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียและแผนภูมิควบคุมคิวจึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากเมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม

จากตารางที่ 1 แสดงแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม โดยแผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพในการตรวจพบค่าสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุดในทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณีที่ $p_0 = 0.2$ เมื่อ $n=30, 50$ และ 100 เช่นเดียวกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียที่มีประสิทธิภาพในการตรวจพบค่าสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุดในทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณีที่ $p_0 = 0.2$ เมื่อ $n=10, 20$ และ 150 และ กรณีที่ $p_0 = 0.01$ และ 0.02 เมื่อ $n=10$ ส่วนแผนภูมิควบคุมเบต้ามมีประสิทธิภาพในการตรวจพบค่าสัดส่วนของเสียได้น้อยที่สุด โดยมีประสิทธิภาพดีที่สุดเฉพาะกรณีที่ $p_0 = 0.05$ เมื่อ $n=150$

ตารางที่ 1 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ต่างๆ เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุม

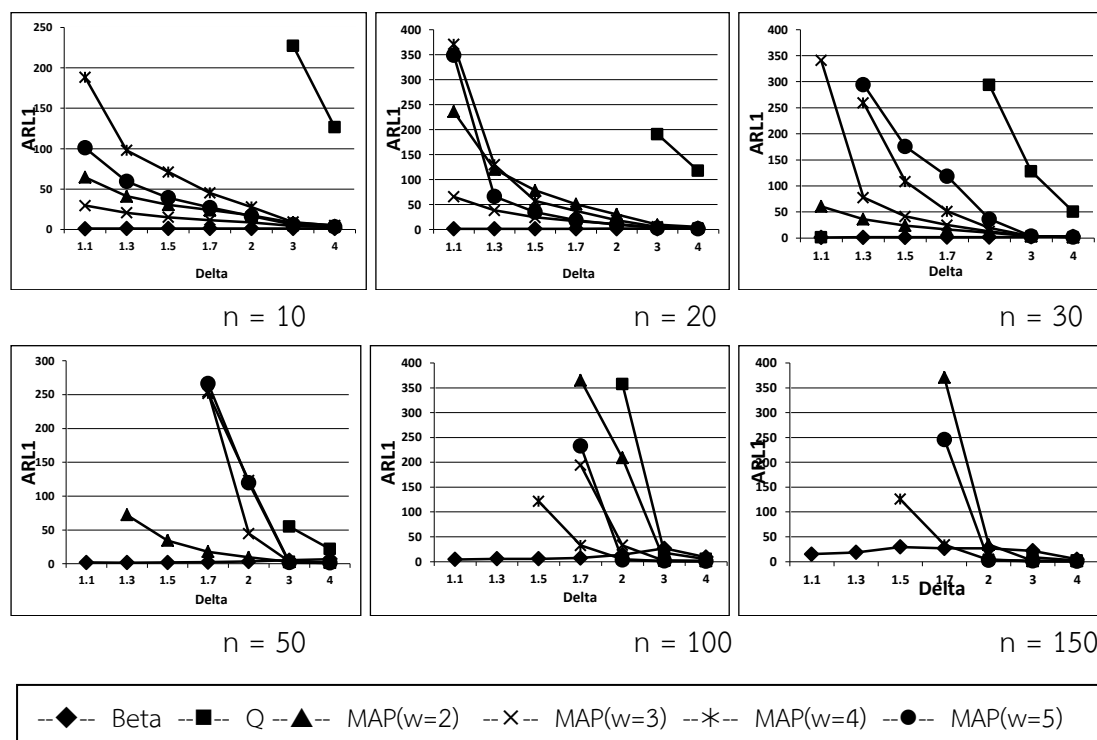
p_0	n	แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสม	p_0	n	แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสม
0.01	10	Q (∞)	0.1	10	Q, MAP ($w = 5$) (∞)
	20	Q, MAP ($w = 4, 5$) (∞)		20	Q, MAP ($w = 2, 4, 5$) (∞)
	30	Q, MAP ($w = 3, 4, 5$) (∞)		30	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)
	50	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		50	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)
	100	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		100	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)
	150	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		150	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)
0.02	10	Q (∞)	0.2	10	Q (∞)
	20	Q, MAP ($w = 3, 4, 5$) (∞)		20	Q (∞)
	30	Q, MAP ($w = 3, 4, 5$) (∞)		30	MAP ($w = 5$) (211.3271)
	50	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		50	MAP ($w = 5$) (1050.4220)
	100	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		100	MAP ($w = 2$) (262.0545)
	150	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)		150	Q (147.0588)
0.05	10	Q, MAP ($w = 3, 4, 5$) (∞)			
	20	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)			
	30	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)			
	50	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)			
	100	Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)			
	150	Beta, Q, MAP ($w = 2, 3, 4, 5$) (∞)			

หมายเหตุ ค่าในวงเล็บ () คือค่า ARL_0 ของแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

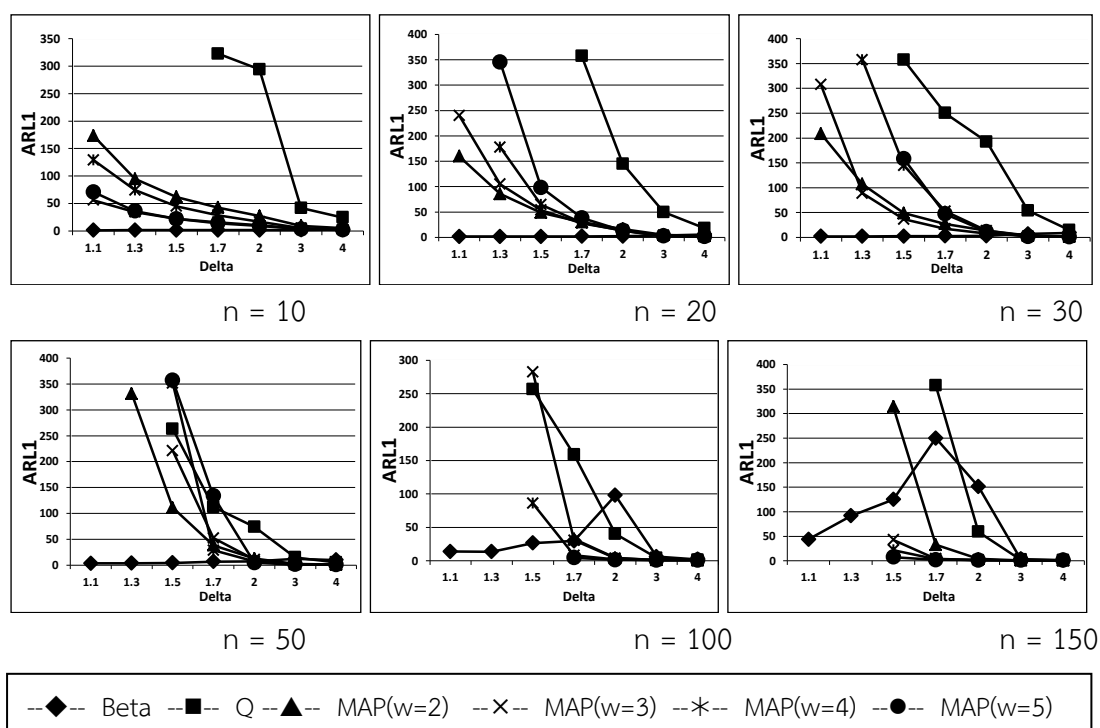
ส่วนที่ 2 เมื่อกระบวนการอยู่ภายนอกการควบคุม และสัดส่วนของเสียมีการเปลี่ยนแปลง แสดงค่า ARL_1 ในแต่ละสถานการณ์ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ เมื่อกระบวนการอยู่ภายนอกการควบคุมพิจารณาจากค่า ARL_1 โดยแผนภูมิควบคุมชนิดใดมีค่า ARL_1 ต่ำสุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นสามารถตรวจสอบค่าสัดส่วนของเสียได้รวดเร็วที่สุด และถือว่าเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดในสถานการณ์นั้นๆ เมื่อพิจารณาค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 พบว่าค่า ARL_1 มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้นในทุกค่าของ p_0 กล่าวคือเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นและขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้นแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิมีแนวโน้มที่คล้ายกันคือสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียได้เร็วขึ้น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียได้เร็วที่สุด และประสิทธิภาพจะดียิ่งขึ้นเมื่อช่วงเวลาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่มีขนาดใหญ่ขึ้น (แสดงในภาพที่ 1 - 5) เช่นเดียวกับงานวิจัยของ Michael B. C. Khoo ที่ศึกษาเรื่อง A Moving Average Control Chart for Monitoring the Fraction Non-conforming ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียได้ดีกว่าแผนภูมิสัดส่วนของเสีย แม้สัดส่วนของเสียจะเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อย และค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ เมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียเพิ่มมากขึ้น

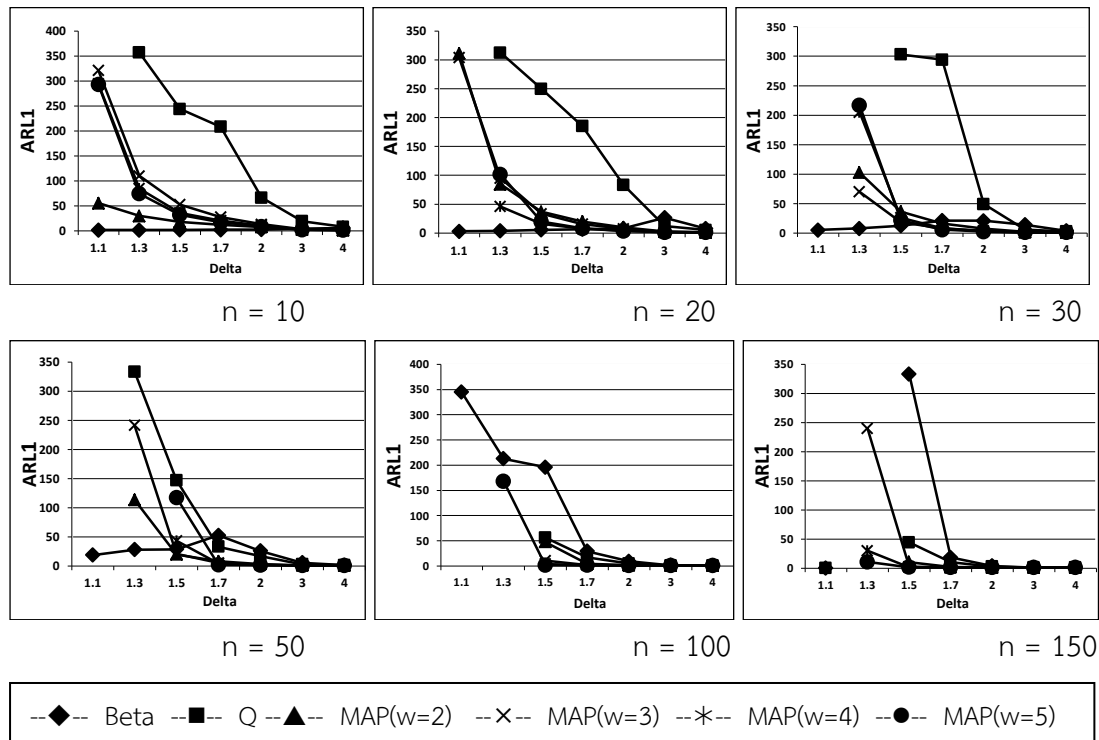
เมื่อกระบวนการอยู่ภายนอกการควบคุม แผนภูมิควบคุมเบต้ามีประสิทธิภาพในการตรวจพบค่าสัดส่วนของเสียดีที่สุดกรณีที่ค่าสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยคือ 0.01 และ 0.02 ทุกขนาดตัวอย่าง และกรณีที่ค่าสัดส่วนของเสียมีค่ามากคือ 0.05, 0.1 และ 0.2 เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ในทางกลับกันแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีประสิทธิภาพดีที่สุดในกรณีที่สัดส่วนของเสียมีค่ามากคือ 0.05, 0.1 และ 0.2 ขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียมาก เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะมีประสิทธิภาพดีขึ้นในกรณีที่สัดส่วนของเสียมีค่าน้อยลง (0.01 และ 0.02) และขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยลงเช่นกัน (1.1, 1.3, 1.5, 1.7 และ 2.0) นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมคิวมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อสัดส่วนของเสียเท่ากับ 0.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 ($\delta = 4.0$) กรณีที่สัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นเป็น 0.2 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ($\delta = 4.0$) ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 ($\delta = 3.0, 4.0$) แผนภูมิควบคุมคิวยังคงมีประสิทธิภาพดีที่สุดดังตารางที่ 2



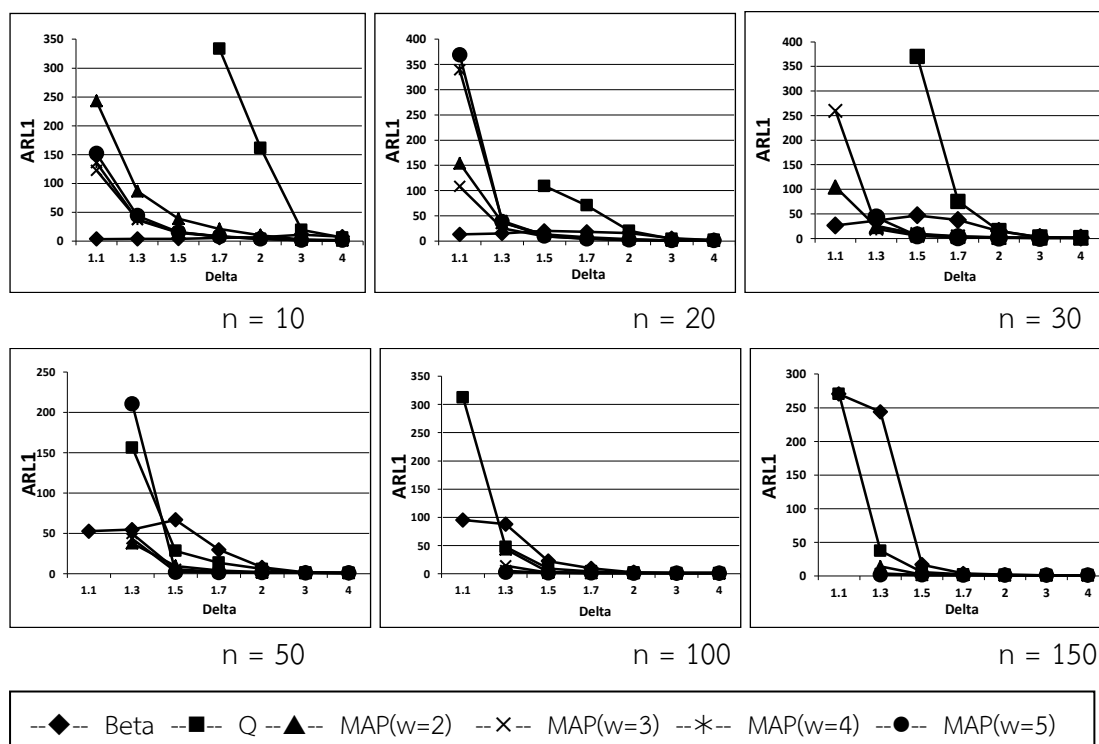
ภาพที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด กรณีที่ $p_0 = 0.01$ เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป



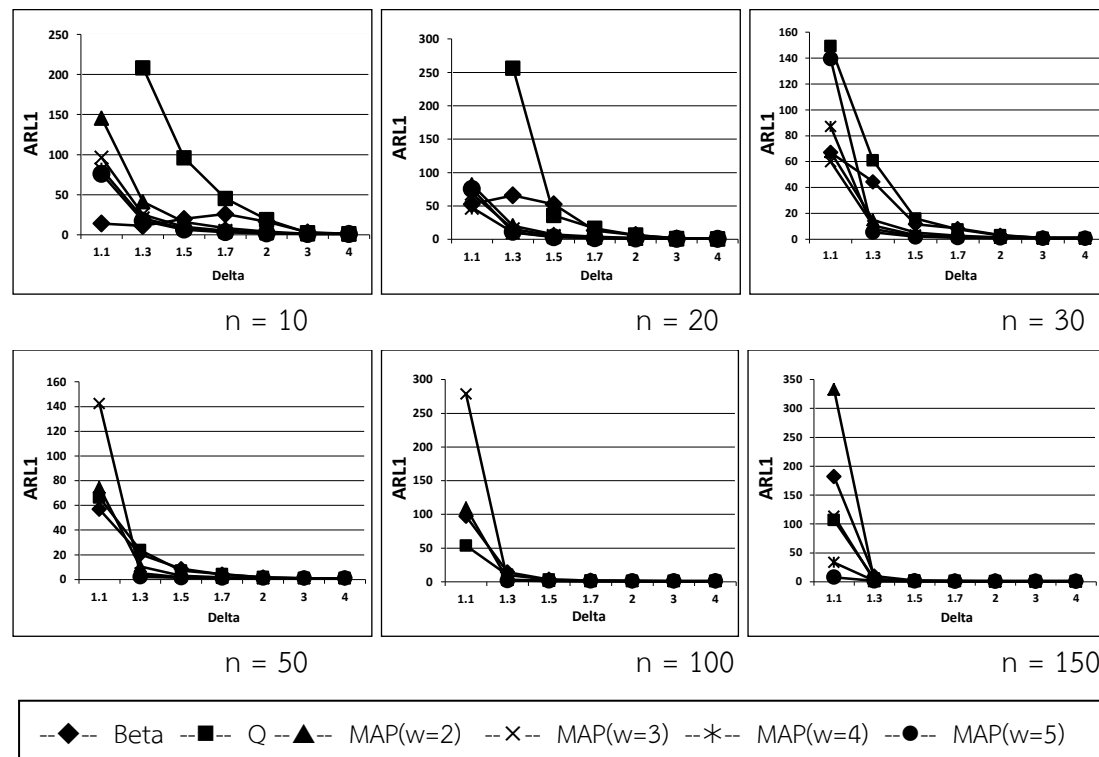
ภาพที่ 2 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด กรณีที่ $p_0 = 0.02$ เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป



ภาพที่ 3 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด กรณีที่ $p_0 = 0.05$ เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป



ภาพที่ 4 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด กรณีที่ $p_0 = 0.1$ เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป



ภาพที่ 5 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด กรณีที่ $p_0 = 0.2$ เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป

ตารางที่ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ต่างๆ เมื่อกระบวนการอยู่
ภายนอกการควบคุม

n	δ	P_0				
		0.01	0.02	0.05	0.1	0.2
10	1.1	Beta (1.1241)	Beta (1.2489)	Beta (1.7989)	Beta (3.3750)	Beta (14.0449)
	1.3	Beta (1.1554)	Beta (1.3490)	Beta (1.9022)	Beta (3.5211)	Beta (11.0254)
	1.5	Beta (1.1703)	Beta (1.3953)	Beta (2.1687)	Beta (3.9635)	MAP($W=5$)(6.3591)
	1.7	Beta (1.1879)	Beta (1.4023)	Beta (2.3714)	Beta (5.5617)	MAP($W=5$)(3.2636)
	2.0	Beta (1.2265)	Beta (1.4689)	Beta (2.6674)	MAP($W=5$)(3.5355)	MAP($W=5$)(1.6934)
	3.0	Beta (1.3426)	Beta (1.7976)	MAP($W=5$)(2.1999)	MAP($W=5$)(1.2545)	MAP($W=5$)(1.0225)
	4.0	Beta (1.5207)	MAP($W=5$)(1.8405)	MAP($W=5$)(1.3054)	MAP($W=5$)(1.0378)	MAP($W=3,4,5$) (1.0014)
20	1.1	Beta (1.2191)	Beta (1.5470)	Beta (3.0572)	Beta (12.9200)	MAP($W=4$)(47.3395)
	1.3	Beta (1.3180)	Beta (1.7212)	Beta (3.8730)	Beta (14.8368)	MAP($W=4$)(10.3503)
	1.5	Beta (1.3392)	Beta (1.7443)	Beta (5.5279)	MAP($W=5$)(9.4736)	MAP($W=5$)(3.2405)
	1.7	Beta (1.4116)	Beta (2.0105)	Beta (6.6445)	MAP($W=5$)(4.0433)	MAP($W=5$)(1.8048)
	2.0	Beta (1.5394)	Beta (2.2795)	MAP($W=5$)(3.7156)	MAP($W=5$)(1.9244)	MAP($W=5$)(1.1933)
	3.0	Beta (1.8556)	MAP($W=5$)(2.6976)	MAP($W=5$)(1.2716)	MAP($W=5$)(1.0673)	MAP($W=3,4,5$) (1.0065)
	4.0	MAP($W=5$)(1.8119)	MAP($W=5$)(1.4606)	MAP($W=5$)(1.0661)	MAP($W=5$)(1.0119)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0000)
30	1.1	Beta (1.3455)	Beta (1.9928)	Beta (5.2083)	Beta (26.5252)	MAP($W=3$)(60.0240)
	1.3	Beta (1.5097)	Beta (2.1575)	Beta (7.8125)	MAP($W=4$)(19.5802)	MAP($W=5$)(5.5013)
	1.5	Beta (1.5253)	Beta (2.5132)	Beta (12.4688)	MAP($W=4$)(5.5984)	MAP($W=5$)(1.9430)
	1.7	Beta (1.7797)	Beta (2.7525)	MAP($W=5$)(5.6834)	MAP($W=5$)(2.2939)	MAP($W=5$)(1.3328)
	2.0	Beta (1.8195)	Beta (3.0294)	MAP($W=5$)(2.3697)	MAP($W=5$)(1.4314)	MAP($W=5$)(1.0591)
	3.0	Beta (2.3753)	MAP($W=5$)(1.8326)	MAP($W=5$)(1.1316)	MAP($W=5$)(1.0168)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0011)
	4.0	MAP($W=5$)(1.7434)	MAP($W=5$)(1.1890)	MAP($W=5$)(1.0291)	MAP($W=3,4,5$) (1.0020)	All (1.0000)
50	1.1	Beta (1.9395)	Beta (3.4758)	Beta (18.7266)	Beta (52.6316)	Beta (56.8182)
	1.3	Beta (1.8355)	Beta (3.9246)	Beta (28.0890)	MAP($W=2$)(37.7358)	MAP($W=5$)(2.1018)
	1.5	Beta (2.0462)	Beta (4.4843)	MAP($W=2$)(19.8570)	MAP($W=5$)(1.9209)	MAP($W=5$)(1.4574)
	1.7	Beta (2.5246)	Beta (6.9156)	MAP($W=5$)(1.9843)	MAP($W=5$)(1.5025)	MAP($W=5$)(1.0884)
	2.0	Beta (3.3456)	MAP($W=5$)(4.6368)	MAP($W=5$)(1.4617)	MAP($W=5$)(1.2091)	MAP($W=5$)(1.0201)
	3.0	MAP($W=5$)(1.7000)	MAP($W=5$)(1.2900)	MAP($W=5$)(1.0321)	MAP($W=3,4,5$) (1.0075)	Beta, MAP ($W=2,3,4,5$) (1.0000)

ตารางที่ 2 (ต่อ)

n	δ	P_0				
		0.01	0.02	0.05	0.1	0.2
50	4.0	MAP($W=5$)(1.2299)	MAP($W=5$)(1.0349)	MAP($W=5$)(1.0092)	MdAP($W=2,3,4,5$) (1.0003)	All (1.0000)
	1.1	Beta (4.5558)	Beta (13.9082)	Beta (344.8276)	Beta (95.2380)	Q (53.4759)
	1.3	Beta (5.7208)	Beta (13.7931)	MAP($W=5$) (167.8979)	MAP($W=5$)(2.6548)	MAP($W=5$)(1.6468)
100	1.5	Beta (5.8928)	Beta (26.5957)	MAP($W=5$)(1.8257)	MAP($W=5$)(1.4838)	MAP($W=5$)(1.2182)
	1.7	Beta (7.3421)	MAP($W=5$)(4.7148)	MAP($W=5$)(1.4869)	MAP($W=5$)(1.2740)	MAP($W=5$)(1.0225)
	2.0	MAP($W=5$)(3.3082)	MAP($W=5$)(1.5538)	MAP($W=5$)(1.2844)	MAP($W=5$)(1.0349)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0045)
	3.0	MAP($W=5$)(1.2258)	MAP($W=5$)(1.0446)	MAP($W=5$)(1.0078)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0012)	All (1.0000)
	4.0	MAP($W=5$)(1.0314)	MAP($W=5$)(1.0120)	MAP($W=5$)(1.0012)	All (1.0000)	All (1.0000)
	1.1	Beta (15.0830)	Beta (43.8596)	-	Beta (270.2703)	MAP($W=5$)(7.8720)
150	1.3	Beta (18.5185)	Beta (91.7431)	MAP($W=5$) (10.8113)	MAP($W=5$)(1.6999)	MAP($W=5$)(1.4892)
	1.5	Beta (29.6736)	MAP($W=5$)(7.5369)	MAP($W=5$)(1.5662)	MAP($W=5$)(1.3705)	MAP($W=5$)(1.1332)
	1.7	Beta (26.7380)	MAP($W=5$)(2.0191)	MAP($W=5$)(1.3869)	MAP($W=5$)(1.1938)	MAP($W=4,5$) (1.0091)
	2.0	MAP($W=5$)(2.5017)	MAP($W=5$)(1.4414)	MAP($W=5$)(1.1474)	MAP($W=5$)(1.0156)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0006)
	3.0	MAP($W=5$)(1.1565)	MAP($W=5$)(1.0237)	MAP($W=3,4,5$) (1.0027)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0000)	All (1.0000)
	4.0	MAP($W=5$)(1.0214)	MAP($W=2,3,4,5$) (1.0048)	MAP($W=5$)(1.0000)	All (1.0000)	All (1.0000)

หมายเหตุ All หมายถึง แผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดีที่สุดทั้ง 3 แผนภูมิ

- หมายถึง ไม่มีแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เนื่องจากค่า ARL_1 มีค่าเท่ากับ ∞ ทั้ง 3 แผนภูมิ ค่าในวงเล็บ () คือค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

สรุปผล

ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ เมื่อกระบวนการอยู่ภายในการควบคุมแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมคือแผนภูมิควบคุมคิวและแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย แต่แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะยกเว้นกรณีที่มีขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุมกรณีที่มีค่าสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นเล็กน้อยแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมคือแผนภูมิควบคุมเบต้า และกรณีที่สัดส่วนของเสียและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียมีค่ามากแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมคือแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียในทุกะดับของขนาดตัวอย่าง

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

จุฬารัตน์ สันสมบุรณ์ทอง. การควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักต์, 2554.

ภัทรทิพย์ อินทปุระ. “การเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย.” วิทยานิพนธ์ปริญญาโท จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

ปรีชา เครือโสม. “การจำลองแบบเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับข้อมูลจำแนกทางเดียวเทียบกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลจำแนกสองทางในแผนแบบการทดลองแบบบล็อกกลุ่มสมบูรณ์” วารสารวิชาการ Vol. 4 September – December, 2554. แหล่งที่มา: <http://www.ejournal.su.ac.th>

อาณัติ แสงสว่าง. “การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติสำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน” วารสารวิชาการ Vol. 6 January – April, 2556. แหล่งที่มา: <http://www.ejournal.su.ac.th>

อินทิพร กิติโสภาคกุล. “การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิพี (p-chart), แผนภูมิคิว (Q-chart) และแผนภูมิจีโอเมตริก (G-chart) ในการตรวจจับความเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย.” วิทยานิพนธ์ปริญญาโท สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2546.

ภาษาต่างประเทศ

Khoo, B.M. “A moving average control chart for monitoring the fraction non-conforming.” Quality and Reliability Engineering International, no. 20 (2004): 617-635.

Oliveira, A.M. “Beta control charts for monitoring fraction data.” Expert Systems with Applications, no. 39 (2012): 10236-10243.

Quesenberry, C.P. SPC Methods for Quality Improvement. New York: John Wiley and Sons, 1997.

Thomas, P.R. and C.N. Schwertman. “Optimal limits for attributes control chart.” Quality Technology 29, 1 (1997): 99-104.

ภาคผนวก

1. ที่มาของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของค่าสถิติ M_i สามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} E(M_i) &= E\left(\frac{1}{w} \sum_{j=i-w+1}^i \hat{p}_j\right) & \text{Var}(M_i) &= \text{Var}\left(\frac{1}{w} \sum_{j=i-w+1}^i \hat{p}_j\right) \\ &= \frac{1}{w} \sum_{j=i-w+1}^i E(\hat{p}_j) & &= \frac{1}{w^2} \left[w \left(\frac{p(1-p)}{n} \right) \right] \\ &= \frac{1}{w} (wp) & &= \frac{p(1-p)}{wn} \\ &= p \end{aligned}$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุม 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สามารถประมาณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} UCL_M &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}} \\ CL_M &= \bar{p} & \text{โดย } \bar{p} &= \frac{\sum_{i=1}^{25} \hat{p}_i}{25} \\ LCL_M &= \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}} \end{aligned}$$

2. ที่มาของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมเบต้า

แผนภูมิควบคุมเบต้าใช้การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงเบต้าในการคำนวณขีดจำกัดควบคุม การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงเบต้า สามารถประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงเบต้าได้ตามสมการที่ (1)

$$\hat{\theta}_1 = \bar{p} \left[\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\hat{\sigma}^2} - 1 \right] \quad \text{และ} \quad \hat{\theta}_2 = (1-\bar{p}) \left[\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\hat{\sigma}^2} - 1 \right] \quad (1)$$

โดยที่ $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ แทน ตัวประมาณของพารามิเตอร์ของการแจกแจงเบต้า

$$\bar{p} \quad \text{แทน ค่าเฉลี่ยของสัดส่วนของเสีย โดย } \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \hat{p}_i}{25}$$

$$\hat{\sigma}^2 \quad \text{แทน ความแปรปรวนของสัดส่วนตัวอย่าง คำนวณจาก } \hat{\sigma}^2 = \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}$$

จากนั้นสามารถนำพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 ที่ประมาณได้มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงเบต้า ได้โดยใช้สมการที่ (2) และ (3) ตามลำดับดังนี้

$$\bar{p} = \frac{\hat{\theta}_1}{\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2} \quad (2)$$

$$s^2(\bar{p}) = \frac{\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2}{(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2)^2 \cdot (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 + 1)} \quad (3)$$

ดังนั้นขีดจำกัดการควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุมเบต้า เป็นดังนี้

$$UCL_B = \bar{p} + w_2 \sqrt{s^2(\bar{p})}$$

$$CL_B = \bar{p}$$

$$LCL_B = \bar{p} - w_1 \sqrt{s^2(\bar{p})}$$

3. ที่มาของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมคิว

ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุมคิวที่นำมาทดสอบกับขีดจำกัดควบคุมคือ ค่า $Q_t = \Phi^{-1}(u_t)$ โดย $\Phi^{-1}(\cdot)$ แทน อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงปกติมาตรฐาน เป็นค่ามาตรฐานที่เกิดจากการแปลงที่ไม่ใช่เชิงเส้น นั่นคือค่า Q_t มีการแจกแจงปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 1 ดังนั้นขีดจำกัดการควบคุม 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\mu \pm 3\sigma$) เป็นดังนี้

$$UCL_Q = 3$$

$$CL_Q = 0$$

$$LCL_Q = -3$$