

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด*

Students' mathematical understanding levels on exponent in classroom using taught by open approach.

ธวัตรชัย เดนชา (Thawatchai Dencha)**

เกียรติ แสงอรุณ (Kiat Sangaroon)***

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Maitree Inprasitha)****

สมควร สีชมภู (Somkuan Srichompoo)*****

บทคัดย่อ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพและนำเสนอข้อมูลแบบบรรยายเชิงวิเคราะห์ วัตถุประสงค์เพื่อสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/15 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 6 คน (3 คู่) ผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการเปิดตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) จากการสอนในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน 6 ชั่วโมง ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลในชั้นเรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ แบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ ผลงานนักเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์โพรโทคอล (Protocol Analysis) โดยอาศัยกรอบ APOS Theory ของ Dubinsky & McDonald (2001) มาใช้ในการดำเนินการวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิจัยพบว่า 1) ขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำและระดับกระบวนการ 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับวัตถุ 3) ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุ 4) ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่

* บทความนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาปริญญาโทสาขาสถาปัตยกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์และเทคโนโลยี เอก การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น เรื่อง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

** นักศึกษาหลักสูตรการศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์และเทคโนโลยี เอกการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น เบอร์โทรศัพท์ 085-6591269 (Tawatchai.k@kku.ac.th)

*** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นเป็นที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก (skiat@kku.ac.th)

**** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ผู้อำนวยการศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นเป็นที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม (inprasitha_crme@kku.ac.th)

***** อาจารย์ ดร. ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นเป็นที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม (srichompoo_crme@kku.ac.th)

เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนสามารถเชื่อมโยง ระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับวัตถุ ให้เป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างเชิงการรู้ได้ นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังพบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้ครูมีวิธีการและแนวทาง “How to” เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด สอดคล้องกับแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557)

คำสำคัญ: ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน วิธีการแบบเปิด เลขยกกำลัง

Abstract

This study was using the qualitative research method and present descriptive data analysis. The aim was to exploration of students' mathematical understanding levels on exponent in classroom using open approach. The target group were 6 (3 pairs) Mathayomsuksa 4/15 students from Phadungnaree School Muang-District, Mahasarakham Province during the 2014 year. The lessons were taught by following 4 steps the Open Approach of Inprasitha (2010), from teaching in subject on exponent 6 plans 6 hours. The data were collected by using lesson plans, observation form, videorecorders, students' written works and student interviews. The data were analyzed by using protocol analysis by APOS Theory of Dubinsky and McDonald (2001) was used as a framework of the study.

The results showed that: 1) Posing open-ended problem, students have an understanding of *Action level* and *Process level* 2) Students' self learning students have an understanding of *Action level*, *Process level* and some student can demonstrate an understanding of *Object level* 3) Whole class discussion and comparison, students have an understanding of *Process level* and some student can demonstrate an understanding of *Object level* and 4) Summing-up by connecting students' emergent mathematical ideas, students can connecting to understanding of *Process level* and *Object level* the grant is part of *Schema*. Furthermore, the research also found that mathematics classes in high school used to teach with an open approach, relate to teachers' have methods and approaches "How to" reach an understanding mathematical students closely consistent with the idea of Maitree Inprasitha (2014).

Keywords: Students' Mathematical Understanding, Open Approach, Exponent

บทนำ

ความเข้าใจเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 คือ การกำหนดคุณภาพของนักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วย

วิธีการที่หลากหลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56-63) สอดคล้องกับ National Council of Teacher Mathematics [NCTM] (2000: 20-21) ที่กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ความเข้าใจจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญที่สุด ที่ผลักดันให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (Skemp, 1976: 20-26) อีกทั้ง NCTM (2000: 20-21) ได้เสนอหลักการเรียนรู้ ใ่ว่านักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักจะไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ Shurkry (2003 อ้างถึงใน วัชรภรณ์ ปราณีธรรม, 2549: 4) กล่าวว่า การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะทำให้นักเรียนสามารถจดจำเนื้อหาได้ดีกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ อัมพร ม้าคะนอง (2547: 29) พบว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการนำความรู้ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริง การเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจำข้อเท็จจริงหรือขั้นตอนวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจจะเป็นอุปสรรคสำคัญในการนำความรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนในระดับที่สูงขึ้น

แต่บริบทของชั้นเรียนไทยโดยส่วนใหญ่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะเน้นการสอนความรู้ และทักษะในการคิดคำนวณเป็นหลัก ซึ่งจุดเน้นดังกล่าวยังไม่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนในช่วงที่ผ่านมา ครูส่วนมากยังคงใช้รูปแบบการสอนแบบเดิมๆ บทบาทของครูจึงเป็นเพียงผู้บรรยาย ผู้บอก ผู้สาธิต เนื้อหาทางด้านคณิตศาสตร์ อันก่อให้เกิดการเรียนรู้ของนักเรียนที่มองเฉพาะผลลัพธ์ ไม่ได้เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการมองข้ามกระบวนการเรียนรู้และทัศนคติของนักเรียนที่จะนำนักเรียนไปสู่การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ (Inprasitha, 2010: 193-206) สอดคล้องกับ Skemp (1976: 20-26)

กล่าวว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูจะเน้นการสอนเฉพาะเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ กฎ สูตร หรือวิธีการให้กับนักเรียนทำให้นักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเชิงการใช้เป็นเครื่องมือ (Instrumental Understanding) หรือจดจำเท่านั้น ทั้งที่ในความเป็นจริงแล้วนักเรียนสามารถคิดหาวิธีการให้แตกต่างออกไปจากนั้นด้วยความเข้าใจของตัวเอง ยิ่งไปกว่านั้น สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2550: 40-43) ที่กล่าวว่า เป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เน้นการท่องจำ กฎ สูตร ทฤษฎี เพื่อการสอบวัดผลสัมฤทธิ์และการสอบเข้ามหาวิทยาลัย มากกว่าเน้นกระบวนการเรียนรู้และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่สำคัญของนักเรียน

วิธีการที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ครูจึงจำเป็นต้องลดบทบาทจากครูผู้สอนมาเป็นผู้ให้คำแนะนำ เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาและการแสดงแนวคิด (มณีรัตน์ บุญท่วม, 2555: 490) สอดคล้องกับ Yackel & Hanna (2003: 22-44) กล่าวว่า การเรียนด้วยความเข้าใจสามารถพัฒนาได้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน โดยได้เสนอแนวคิดหรือข้อคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ สายไหม โพธิ์ศิริ (2555: 507-509) พบว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้นั้น ครูผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิด แก้ปัญหาด้วยตนเอง และเปิดพื้นที่ให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองโดยแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียน อีกทั้ง ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547: 1-15) กล่าวว่าวิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดเป็น

การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสื่อในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจและทักษะการคิดของผู้เรียน สนับสนุนและส่งเสริมนักเรียนให้สามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามศักยภาพของตนเอง โดยอาศัยความเข้าใจที่ตนเองมีอยู่ผ่านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา การคิดค้นการหาคำตอบและการนำเสนอความคิดหรือความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง Nohda (2000 อ้างถึงใน ไผ่ตริ อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2547: 1-15) ได้กล่าวถึงการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดว่าเน้นการสอนที่มีเป้าหมาย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถผ่านความเข้าใจของตนเอง ซึ่งครูจำเป็นต้องอย่างยิ่งที่จะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียน เพื่อให้แนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับที่สูงขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายแนวคิดผ่านภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นลำดับขั้นตอนตามระดับที่ตนเองเข้าใจกับนักเรียนคนอื่น การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิดจึงเป็นวิธีการสอนที่จะช่วยให้ครูเห็นระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยมีรายละเอียด 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดหน้าชั้นเรียน โดยปัญหาปลายเปิดที่นำเสนอจะต้องเป็นปัญหาที่นักเรียนทุกคนสามารถเข้าร่วมได้ 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นคู่ โดยที่ครูไม่เข้าไปแทรกแซงแนวคิดของนักเรียนแต่มีหน้าที่สังเกตแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน 3) ขั้นอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนแต่ละคู่นำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยที่ครูมีการจัดลำดับแนวคิดในการนำเสนอจากแนวคิดทั่วๆ ไปของนักเรียนส่วนใหญ่ไปสู่แนวคิดที่มีระดับความแตกต่างหรือซับซ้อนมากขึ้น และครูมีการใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น “อะไร” “อย่างไร” และ “ทำไม” เพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและยืนยันความเข้าใจ 4) ขั้นสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาบทเรียน (Inprasitha, 2010: 193-206)

การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจมีแนวคิดอย่างกว้างขวางในวงการศึกษา พบว่ามีงานวิจัยจำนวนมากและเครื่องมือสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ต่างมีเป้าหมายหลักเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ซึ่งพัฒนาการด้านการเรียนรู้ที่แสดงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ผ่านระดับของความเข้าใจ Dubinsky & McDonald (2001: 273-280) ได้เสนอทฤษฎี APOS Theory ด้วยการจำแนกระดับความเข้าใจเป็น 3 ระดับ ได้แก่ 1) ระดับจัดการกระทำ (Action) คือ ความเข้าใจที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกโดยตัวผู้เรียนเอง ซึ่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับที่ต่อเนื่อง แต่ละขั้นตอนจะถูกทำให้เสร็จก่อนที่จะไปทำขั้นตอนต่อไป 2) ระดับกระบวนการ (Process) คือ ความเข้าใจที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจระดับการจัดการกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้งจนกระทั่งสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายที่ได้จากการคำนวณหรือการจัดการกระทำที่เป็นลำดับขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Mental Image) โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำหรือคิดคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และ 3) ระดับวัตถุ (Object) คือ ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการ ที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema)

สามารถนำไปใช้สร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นได้

แนวคิดเรื่องเลขยกกำลังเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญซึ่งมีบทบาทสำคัญอย่างมากในทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง แต่น่าเสียดายที่แนวคิดเหล่านี้ยังเป็นแนวความคิดที่เป็นปัญหาและเกิดความยุ่งยากสำหรับนักเรียน (Weber, 2002: 26-29) ซึ่งจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อต้องการทราบเนื้อหาใดที่นักเรียนมีความบกพร่องมากที่สุด พบว่า เรื่อง เลขยกกำลัง เป็นเรื่องหนึ่งที่มีข้อบกพร่องอยู่มาก นักเรียนส่วนใหญ่คิดเห็นว่ายากโครงสร้างเนื้อหาซับซ้อน ทำให้เกิดความท้อแท้ไม่อยากเรียน (ขวัญใจ สายสุวรรณ, 2554: 3) สอดคล้องกับผลการวิจัยของ กำจร มณีแก้ว (2552: 1) ที่ศึกษาความรู้พื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ซึ่งพบว่า นิสิตส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในเรื่อง สมบัติต่างๆ ของเลขยกกำลังคิดเป็นร้อยละ 51.61 อันเนื่องมาจากนิสิตขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลัง ตลอดจนไม่สามารถวิเคราะห์การใช้สมบัติต่างๆ ของเลขยกกำลังได้ อีกทั้งจากงานวิจัยของ Kieran (1992 อ้างถึงใน Pitta-Pantazia, 2007: 301-302) ระบุว่าแนวคิดเรื่อง เลขยกกำลัง เป็นเรื่องที่ยากมากด้วยสองสาเหตุ ประการแรกคือการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสัญลักษณ์ ความหมาย และสมบัติของเลขยกกำลัง ที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการเกี่ยวกับตัวเลข และโครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการเกี่ยวกับความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ประการที่สองคือความเข้าใจแนวคิดของเลขยกกำลังที่เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจเชิงลึกของระบบจำนวนที่มีระดับขึ้นอย่างแม่นยำ

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นเรื่องที่สำคัญเป็นอย่างยิ่ง ครูจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องตระหนักในการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนจึงพยายามสร้างบริบทชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสอนแบบบรรยาย เน้นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาเป็นการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาคิดค้นการหาคำตอบและการนำเสนอความคิดหรือความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ผ่านการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในบริบทชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและพัฒนาให้นักเรียนมีความเข้าใจ เรื่อง เลขยกกำลัง ในระดับที่สูงขึ้น

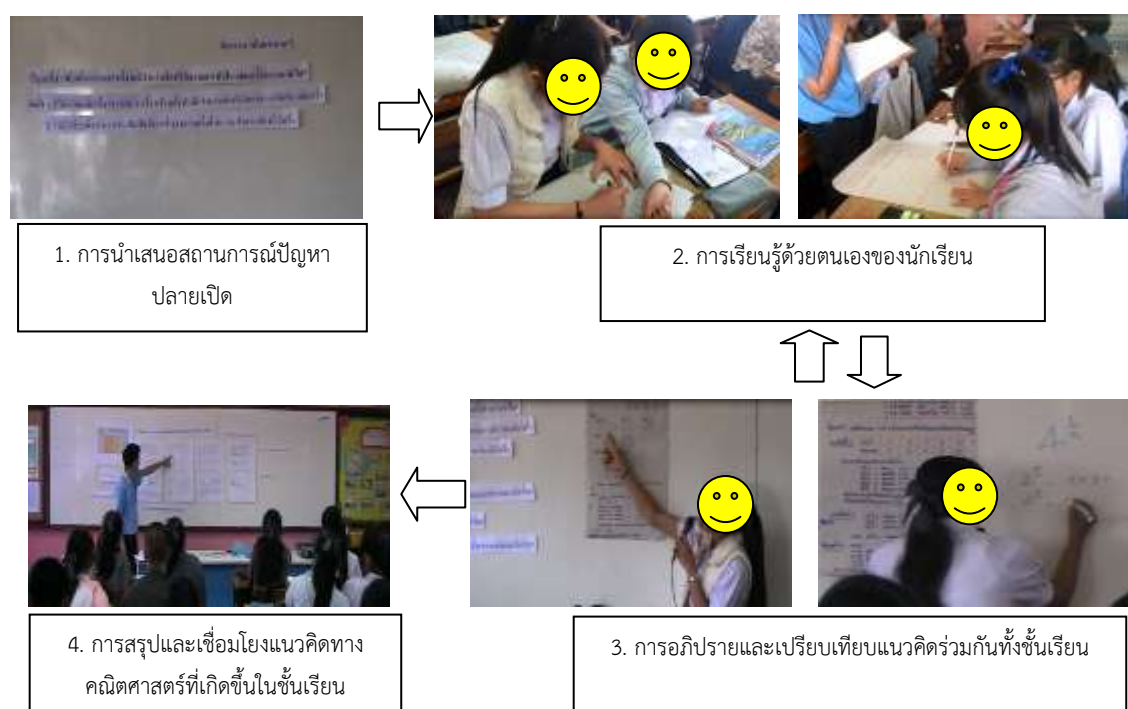
วัตถุประสงค์

เพื่อสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. วิธีการแบบเปิด (Open Approach) หมายถึง วิธีการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจของตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) ดังนี้ 1) ชี้แนะเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ครูสนทนาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียนโดยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเรื่อง เลขยกกำลัง หน้าชั้นเรียน 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือช่วยกันแก้ปัญหาเป็นคู่ โดยที่ครูไม่เข้าไปแทรกแซงแนวคิดของนักเรียน แต่มีหน้าที่สังเกตแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน 3) ขั้นอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยที่ครูมีการจัดลำดับแนวคิดในการนำเสนอ จากแนวคิดทั่วไปที่นักเรียนส่วนใหญ่คิดได้ไปสู่แนวคิดที่มีความแตกต่างหรือซับซ้อนมากขึ้น และครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเช่น “อะไร” “อย่างไร” และ “ทำไม” เพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิด และยืนยันความเข้าใจของตนเอง 4) ขั้นสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาบทเรียน ดังภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แสดง 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด Inprasitha (2010: 199)

2. **ชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด** หมายถึง ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยมีแนวทางของการเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา หาคำตอบ และสามารถเชื่อมโยงของสถานการณ์ปัญหาเดิมต่อยอดไปเป็นปัญหาอื่นได้ตามศักยภาพ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Inprasitha (2010)

3. **ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้แจ้งหรือกระทำในข้อความรู้นั้นๆ ซึ่งนักเรียนตอบสนองหรือแสดงออกมาผ่านการลงมือแก้ปัญหา การแสดงแนวคิด การแสดงแทน และการให้เหตุผล รวมทั้งการอธิบายเป็นคำพูด ท่าทาง ข้อความ รูปภาพและสัญลักษณ์ต่างๆ ตลอดจนสามารถเชื่อมโยงความรู้และสร้างความคิดรวบยอดหรือนิยามทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายต่อตนเองได้

4. **ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ระดับความเข้าใจตามแนวคิดของ Dubinsky & McDonald (2001) ที่ได้เสนอทฤษฎี APOS Theory ซึ่งจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ระดับ

ได้แก่ ระดับการจัดกระทำ (Action) ระดับกระบวนการ (Process) และระดับวัตถุ (Object) โดยความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุที่เกี่ยวข้องกันจะมีความเชื่อมโยงกัน สร้างเป็นโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema)

ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action) ความรู้แจ้งหรือการกระทำที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไข คำสั่งในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งจะต้องทำแต่ละขั้นตอนให้เสร็จก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป

ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) ความรู้แจ้งหรือการกระทำที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจระดับการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องคาดการณ์ผลของการดำเนินการ และสามารถสร้างกระบวนการใหม่ของการดำเนินการได้ ในทางตรงกันข้าม วิธีการจัดกระทำนั้นไม่จำเป็นต้องแสดงการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา

ความเข้าใจในระดับวัตถุ (Object) ความรู้แจ้งหรือการกระทำที่เกิดจากการที่ความเข้าใจระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema) สามารถนำไปใช้สร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ หรือกล่าวได้ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ความเข้าใจในระดับกระบวนการไปสร้างความคิดรวบยอด (Concept) ใหม่ได้

5. เลขยกกำลัง หมายถึง การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่อยู่ในรูป a^n ซึ่งประกอบด้วยจำนวน 2 จำนวน คือ ฐาน a ซึ่งฐานจะเป็นค่าที่ถูกคูณ และเลขชี้กำลัง n ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดว่าตัวเลขที่เป็นฐานจะถูกคูณกันกี่ครั้ง โดยพื้นฐานแล้วเลขยกกำลังจะมีความหมายเหมือนกับการคูณ a ซ้ำๆ เป็นจำนวน n ตัว เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยเนื้อหาเรื่องเลขยกกำลังจะครอบคลุมถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิธีการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยอาศัยการเก็บรวบรวมข้อมูลในชั้นเรียน ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีการวิจัยดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/15 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 6 คน แบ่งเป็น 3 คู่ ได้มาโดยการคัดเลือกจากการสังเกตชั้นเรียนเนื่องจากเป็นชั้นเรียนที่ผู้วิจัยปฏิบัติการสอน โดยพิจารณานักเรียนที่สามารถทำงานร่วมกัน แลกเปลี่ยนแสดงความคิดเห็นร่วมกันในการแก้ปัญหาปลายเปิด สามารถเขียน อธิบาย และพูดขณะทำการแก้ปัญหา ในขณะที่เดียวกันนักเรียนทุกคนในชั้นเรียนเรียนด้วยวิธีการเดียวกัน ในการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งนี้ผู้วิจัยตั้งข้อสมมติของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 1 หน่วย เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน 6 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยได้สร้างและพัฒนาปัญหาปลายเปิดภายใต้การดูแลให้คำแนะนำและตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น

2) แบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ใช้สำหรับตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้วิจัยทำหน้าที่ครูผู้สอนและทำแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และจดบันทึกพฤติกรรม การแสดงออก คำพูด และแนวคิดต่างๆ ของนักเรียนที่ตอบสนองต่อกิจกรรม ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนผ่านทั้ง 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ร่วมกับผู้ช่วยวิจัย ตำแหน่งที่ผู้วิจัยใช้ในการสังเกตคือ ตำแหน่งหน้าห้อง หลังห้อง และคู่ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อให้ได้ยินเสียงและเห็นพฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายได้อย่างชัดเจน

3) การสัมภาษณ์เชิงลึก (Indepth Interview) แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อหาหลักฐาน “ความเข้าใจ” ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยให้นักเรียนอธิบายวิธีคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีต่อผลงานที่อยู่ในรูปแบบของข้อความ รูปภาพ สัญลักษณ์ต่างๆ และความเข้าใจที่มีต่อแนวคิดของเพื่อนที่เกิดขึ้นจากการอภิปรายในชั้นเรียน โดยการเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองและแนวคิดของเพื่อน หาข้อเหมือน ข้อต่าง รวมทั้งหาข้อสรุปที่ได้เรียนรู้จากแนวคิดของเพื่อน โดยการบันทึกวิธีคิดแล้วนำมาถอดคำพูดในรูปของโพโทคอล

4) เครื่องบันทึกวิธีคิด ใช้สำหรับบันทึกภาพและเสียงของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนการสอน รวมทั้งบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมาย ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิธีคิดมาถอดคำพูดเป็นข้อความในรูปของโพโทคอล สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่

1) ผลงานจากการทำกิจกรรมของนักเรียน เป็นงานเขียนที่นักเรียนได้บันทึกในขณะที่ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบและเหตุผลประกอบการอธิบาย ใช้เป็นข้อมูลประกอบกับแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย

2) ข้อมูลในรูปแบบข้อความจากแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งได้บันทึกพฤติกรรมการแสดงออก คำพูด และแนวคิดต่างๆ ของนักเรียนที่ตอบสนองต่อกิจกรรม ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนผ่านทั้ง 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ใช้เป็นข้อมูลประกอบกับผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียนเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล และใช้เป็นข้อมูลประกอบกับโพโทคอลจากเครื่องบันทึกวิธีคิด

3) ข้อมูลในรูปวิธีคิด เป็นข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิธีคิดตั้งแต่เริ่มต้นกิจกรรมการเรียนการสอนจนสิ้นสุดการนำเสนอผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน และผู้วิจัยได้ถอดคำพูดและพฤติกรรมออกมาในรูปข้อความ เรียกว่า โพโทคอล เพื่อให้เห็นพฤติกรรมคำพูดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างดำเนินการกิจกรรมการเรียนการสอน

4) ข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียน ซึ่งอยู่ในลักษณะของข้อความ ซึ่งได้จากการบันทึกวิธีคิดและผู้วิจัยนำมาถอดเป็นคำพูด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นที่ปัญหาปลายเปิด ซึ่งอาศัยโจทย์ปัญหาที่ไม่เน้นคำตอบ แต่เน้นวิธีการแก้ปัญหาหรือแนวคิดที่หลากหลาย รวมทั้งการสร้างสื่อการจัดการเรียนรู้ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ทั้งสื่อหลัก สื่อเสริม ให้สอดคล้องตามปัญหาปลายเปิด และเพื่อใช้ในการขยายแนวคิดของนักเรียน จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยบันทึกพฤติกรรม

ของนักเรียนลงในแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พร้อมทั้งใช้เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ บันทึกเหตุการณ์ในชั้นเรียนในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยข้อมูลจากวีดิทัศน์ในชั้นเรียนแต่ละคาบ จะถูกนำมาถอดเป็นข้อความในรูปโปรโตคอล เพื่อหาหลักฐาน “ความเข้าใจ” ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ร่วมกับแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และผลงานของนักเรียน ผ่านแต่ละขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด จากนั้นผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติม เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการวิเคราะห์

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษานี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ โดยนำข้อมูลที่ได้จากผลงานของนักเรียน แบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และโปรโตคอลที่ได้จากการถอดเสียงจากเครื่องบันทึกวีดิทัศน์ มาวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องเลขยกกำลัง ที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ตามกรอบทฤษฎีของ Dubinsky & McDonald (2001) แล้วนำเสนอในรูปแบบการบรรยายเชิงวิเคราะห์

ผลการวิจัย

จากการที่ผู้วิจัยทำการจัดการเรียนการสอนตามแผนจัดการเรียนรู้ โดยอาศัยการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน 6 ชั่วโมง ผู้วิจัยทำการสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในแผนที่ 1/6 ซึ่งมีเป้าหมายของบทเรียนคือ นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ของกระดาดจากจำนวนครั้งที่พบกับจำนวนช่องที่เกิดขึ้นได้ และเข้าใจความหมายของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งในคาบนี้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดที่บ่งบอกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการลงมือทำกิจกรรม และอภิปรายโต้เถียงกันในชั้นเรียน โดยจะนำเสนอผ่านทั้ง 4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ดังนี้

1) ขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด

ในขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ครูสนทนาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา กิจกรรม “พับกระดาด” โดยติดสถานการณ์ ปัญหาที่ 1 และคำสั่งที่ 1 บนกระดาน ดังนี้

ปัญหาที่ 1 “พับครึ่งกระดาด 5 ครั้ง จะมีจำนวนช่องที่เกิดจากการพับในแต่ละครั้งจำนวนเท่าใด”
คำสั่ง 1. ให้นักเรียนพับครึ่งกระดาด 5 ครั้ง พร้อมทั้งบันทึกจำนวนช่องที่เกิดจากการพับในแต่ละครั้ง

โดยครูพยายามใช้คำถามเพื่อสร้างความเข้าใจที่ตรงกันเกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์จากการพับกระดาดกับจำนวนช่องที่เกิดขึ้น ดังตัวอย่างในโปรโตคอลต่อไปนี้

- คำถาม Item 8 ครู : อะ อ่านคำสั่งแล้วพวกเราเข้าใจไหมว่าครูให้ทำอะไร
คู่ที่ 1 Item 13 ออม : **พับกระดาษแล้วนับช่องที่เกิดขึ้น**
คู่ที่ 2 Item 13 ชิง : **พับกระดาษแล้วนับช่อง**
คู่ที่ 3 Item 13 ทอม : **พับกระดาษแล้วนับช่อง**

จากโพโทคอลจะเห็นได้ว่านักเรียนเข้าใจในคำสั่ง ตัวอย่างเช่น Item 13 ที่ตอบว่า “พับกระดาษแล้วนับช่องที่เกิดขึ้น” ซึ่งนักเรียนแต่ละคู่ตอบในลักษณะเดียวกันว่า “พับกระดาษแล้วนับช่อง” สอดคล้องกับคำตอบของนักเรียนทั้งชั้นเรียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) นั่นคือ นักเรียนสามารถยืนยันความเข้าใจว่าตนเองเข้าใจในคำสั่งว่าอย่างไร ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ดังนี้

- คำถาม Item 1 ครู : ตอนแรกที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา หลังจากที่เราครูดิคำสั่งพวกเราเข้าใจว่าครูให้ทำอะไร
คู่ที่ 1 Item 2 ออม : **ให้พับกระดาษ 5 ครั้งแล้วนับช่องที่เกิดขึ้น**
คู่ที่ 2 Item 2 ชิง : **ให้พับกระดาษแล้วนับช่อง ว่าพับแต่ละครั้งมีช่องเท่าไรคะ**
คู่ที่ 3 Item 2 ทอม : **ให้พับกระดาษ 5 ครั้งแล้วนับช่อง ว่าแต่ละครั้งมีเท่าไร**

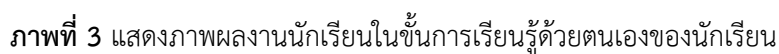
ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อครูดิคำสั่งที่ 2 ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนลองคาดการณ์ความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่พับและจำนวนช่องที่เกิดขึ้นน่าจะมีลักษณะอย่างไร ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- คำถาม Item 15 ครู : ถ้าครูให้ทายว่า จำนวนครั้งที่พับกับจำนวนช่องมันจะเป็นยังไง
คู่ที่ 1 Item 16 ออม : **เพิ่มขึ้น**
คู่ที่ 2 Item 16 ฟาง : **มันจะเพิ่มขึ้น**
คู่ที่ 3 Item 16 ทอม : **เพิ่มขึ้น**
คำถาม Item 17 ครู : เพิ่มขึ้นยังไงครับ
คู่ที่ 3 Item 18 ทอม : **ถ้าพับเพิ่มขึ้นจำนวนช่องที่พับก็จะเพิ่มขึ้น**

จากโพโทคอลจะเห็นว่า นักเรียนสามารถคาดการณ์ได้ว่าจำนวนครั้งที่พับกับจำนวนช่องของกระดาษจะเพิ่มขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนคู่ที่ 3 ยังสามารถยืนยันความเข้าใจว่าลักษณะที่เพิ่มขึ้นนั้นเกิดขึ้นเพราะอะไร หลังจากการเรียนการสอน ครูได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายเพิ่มเติม เพื่อหาหลักฐานยืนยันพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด พบว่านักเรียนสามารถคาดการณ์ผลที่เกิดขึ้นในแนวโน้มที่เป็นไปได้ โดยที่นักเรียนยังไม่ได้พับกระดาษจริง แต่เป็นเพียงการอาศัยจินตนาการ ซึ่งจัดได้ว่าเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากแบบสำรวจระดับความเข้าใจดังภาพต่อไปนี้

ภาพที่ 2 แสดงข้อมูลจากแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยที่ให้ความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่พับกระดาษกับจำนวนช่องที่เกิดขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้เดินสังเกตแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนพบว่าเมื่อพับกระดาษแล้วนักเรียนนำเสนอแนวคิดในรูปแบบของตาราง รูปภาพ และจำนวนในลักษณะของตัวเลขโดยทำทีละขั้นตอน ดังภาพ 2 (ก) ซึ่งจัดได้ว่าเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) เมื่อนักเรียนได้พบความสัมพันธ์จากปัญหาที่ 1 นักเรียนสามารถคาดการณ์ได้ว่า ถ้าพับกระดาษครั้งที่ n จำนวนช่องที่เกิดขึ้นจะเท่ากับ 2^n ซึ่งจัดได้ว่าเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) นักเรียนสามารถสรุปออกมาเป็นสูตรได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนครั้งที่พับกับจำนวนช่องที่เกิดขึ้น คือ $x = 2^n$ เมื่อ x คือจำนวนช่องที่เกิดขึ้น n คือ จำนวนครั้งที่พับ ดังภาพ 2 (ข) ซึ่งจัดได้ว่าเป็นความเข้าใจในระดับวัตถุ (Object) ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อนักเรียนบางคนพยายามเชื่อมโยงแนวคิดที่ได้และสร้างออกมาเป็นสูตรโดยอธิบายว่าเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ดังภาพ 2 (ค-ง)



3) ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน

จากการปฏิสัมพันธ์โดยการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนและการถามคำถามของครู ทำให้นักเรียนเกิดการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้นทั้งชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้จากแนวคิดของเพื่อนได้ โดยที่ครูมีการจัดลำดับในการนำเสนอแนวคิดจากแนวคิดที่นักเรียนทุกคนสามารถคิดได้ไปสู่แนวคิดที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ดังตัวอย่างโพโทคอลต่อไปนี้

คู่ที่ 1 Item 44 ออม : ค่ะ สวัสดีค่ะ วันนี้พวกเราจะมานำเสนอปัญหาที่ 1 นะคะ
ซึ่งแนวคิดของพวกเราก็คือ **เราจะพับไปเรื่อยๆ** นะคะ

5 ครั้งก็คือ **ครั้งที่ 1 เราพับ 1 ครั้งจะถูกแบ่งครึ่งเป็น 2 ใช้ไหมคะ พอครั้งที่ 2 มันก็จะแบ่งเป็น 4 พอพับไปเรื่อยๆ มันก็จะแบ่งไปเรื่อยๆ** นะคะ... : ...

คู่ที่ 2 Item 70 จิง : ใน 2 ก็จะแยกตัวประกอบเป็น 2 ใช้ไหมคะ 4 ก็เป็น 2×2 แล้ว 8 ก็เป็น $2 \times 2 \times 2$ 3 ครั้ง 3 ตัวใช้ไหมคะ แล้วมันก็จะเพิ่ม 2 มันจะเพิ่มขึ้นทีละตัวคะ ในจำนวนครั้งที่เพิ่มขึ้นนั้นแหละคะเราเลยทำออกมาได้ว่า **ครั้งที่ 1 ก็คือ 2^1**

ครั้งที่ 2 ก็คือ 2^2 พับครั้งที่ 3 ก็คือ 2^3 พับครั้งที่ 4 ก็คือ 2^4 และ พับครั้งที่ 5 ก็คือ 2^5 ก็จะได้ ออกมาเป็นความสัมพันธ์คือ 2 ค่ะ ขอบคุณค่ะ... : ...

Item 80 จิง : เออ ก็พยายามทำเป็นความสัมพันธ์ออกมาค่ะ ก็คือทำเป็นสูตรออกมา เวลาเราจะ สมมติว่าเราทำข้อสอบอย่างนี้ เราจะมาทำอย่างนี้มันก็ไม่ใช่นะ จะได้สูตรออกมาก็**จะได้สูตรว่า $x = 2^n$ เมื่อ x คือช่องที่ได้จากการพับ n คือ จำนวนครั้งที่พับ** เอออย่างเช่นว่าเราจะหาจำนวนช่องใช้ไหม อย่างเช่นว่า เราพับ 10 ครั้ง เราจะหาว่ามีจำนวน ช่องเท่าใดใช้ไหม มันก็จะเป็น $x = 2^{10}$ ใช้ไหม นั่นแหละ แล้วทีนี้เราจะนั่งคูณหว่า 2^{10} คือ $2 \times 2 \times 2 \times 10$ ตัว

ยากไหม

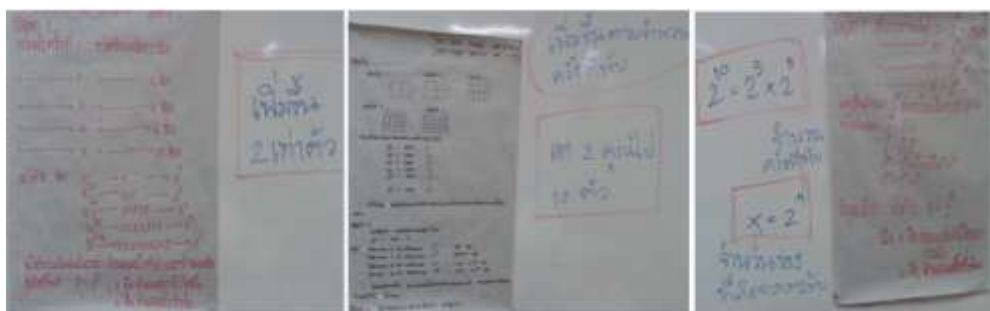
Item 81 นักเรียน : ยาก

Item 82 จิง : ยากใช้ไหม

Item 83 จิง : กว่าจะได้ เราก็ต้องแยกออกมา ซึ่ง $2^{10} = 2^5 \times 2^5$

ก็คือ $2^5 \times 2^5 = 32 \times 32$ ก็จะได้เป็น $2^{10} = 1024$ ก็จะง่ายขึ้นอย่างนี้ เวลาเราหาก็จะง่ายขึ้นสูตรตรงนี้

จากโพโทคอลจะเห็นว่านักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดคู่ของตนเอง ซึ่งเป็นกล่าวถึงสิ่งที่ตนเองจัดกระทำไปแล้ว โดยที่ไม่ต้องจัดกระทำซ้ำอีก โดยนักเรียนอธิบายแนวคิดผ่านงานเขียนของคู่ตนเองจนแนวคิดถูกนำมาอภิปรายให้กลายเป็นแนวคิดที่นักเรียนทุกคนในชั้นเรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน โดยแนวคิดที่เกิดขึ้นแต่ละแนวคิดในชั้นเรียนครูได้มีการขยายแนวคิดโดยการเขียนกำกับไว้ข้างผลงาน ดังภาพที่ 3 ซึ่งจัดเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) และนักเรียนสามารถอธิบายสูตรที่สร้างจากความสัมพันธ์ จะเห็นได้จาก Item 80 ที่จิงพูดว่า “จะได้สูตรว่า $x = 2^n$ เมื่อ x คือช่องที่ได้จากการพับ n คือ จำนวนครั้งที่พับ” นอกจากนี้นักเรียนพยายามหาวิธีการที่ง่ายต่อการคำนวณโดยการเชื่อมโยงความรู้ด้านการแยกคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน ดังจะเห็นได้จาก Item 83 จิงพูดว่า “ $2^{10} = 2^5 \times 2^5$ ” ซึ่งจัดเป็นความเข้าใจในระดับวัตถุ (Object)



ภาพที่ 4 แสดงภาพผลงานนักเรียนแสดงระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในชั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน

4) ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ในขั้นนี้ครูพยายามรวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นทั้งชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่พบกระต่ายกับจำนวนช่องที่เกิดขึ้นโดยใช้สื่อเสริมที่เตรียมมา ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) ระดับกระบวนการ (Process) และความเข้าใจในระดับวัตถุ (Object) สามารถเชื่อมโยงให้เป็นส่วนหนึ่งโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema) โดยให้นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนในวันนี้ และเชื่อมโยงเข้าสู่บทนิยามของเลขยกกำลัง ดังตัวอย่างในโพโทคอลการสัมภาษณ์ ต่อไปนี้

- คู่ที่ 1 Item 31 ครู : โอเค แล้วทีนี้อีกคำถาม ตอนสรุปที่ครูถามพวกเร่ว่าคาบนี้เราเรียนเกี่ยวกับเรื่องอะไร ทำไมถึงบอกว่าเป็นเลขยกกำลัง
- Item 32 หยง : ก็จากการอภิปรายค่ะ ทุกกลุ่มก็ทำเป็นเลขยกกำลัง มันเป็นความสัมพันธ์ค่ะ แล้วตอนครูถาม พวกหนูก็เลยตอบว่าเป็นเลขยกกำลัง ... : ...
- Item 37 ครู : แล้วพอพูดถึงนิยาม a คูณกัน n ตัว พวกเราคิดว่าแนวคิดของใครเข้าใจได้ชัดเจน
- Item 38 หยง : ชิงกับฟางนะค่ะ เขาแยกตัวประกอบเป็นสองคูณกันเรื่อยๆ มันจะชัดเจนเลยละ
- คู่ที่ 2 Item 28 ครู : แล้วความสัมพันธ์อะไรที่เราได้
- Item 29 ชิง : หมายถึงสูตรหาค่ะ
- Item 30 ครู : ใช่ครับ เราเห็นความสัมพันธ์อะไรทำไมได้เป็นสูตร
- Item 31 ชิง : สูตร $x = 2^n \times$ คือ จำนวนช่องที่เกิดจากการพับ n คือ จำนวนครั้งที่พับ มันจะได้ง่ายเวลาคำนวณค่าพับกี่ครั้งก็ได้ ก็ใช้สูตรนี้เลย
- คู่ที่ 3 Item 31 ครู : โอเค คำถามสุดท้าย ครูถามว่าพอขั้นสรุปเราเข้าใจว่าเรากำลังเรียนเรื่องอะไร เพราะอะไร
- Item 32 ทอม : เกี่ยวกับเลขยกกำลัง
- Item 33 เต้า : เพราะมันเป็นการเพิ่มแบบเท่าตัว ก็คือ 2 ยกกำลังอะไรครับ

Item 34 ครู : ขออีกนิดหนึ่ง ถ้าครูถามว่า เลขยกกำลัง คืออะไร เราจะตอบว่าอะไร

Item 35 ทอม : **การคูณกันที่มีฐานเดียวกันคูณกัน**

จากโพรโทคอลการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่าในขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในห้องเรียน นักเรียนสามารถสรุปประเด็นที่ได้เรียนรู้จากการเรียนในคาบนี้ โดยอาศัยจากการเรียนรู้แนวคิดของเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถเปรียบเทียบข้อเหมือน ข้อต่าง จากแนวคิดของเพื่อนได้เชื่อมโยงเข้าสู่นิยามทางคณิตศาสตร์ได้ ดังตัวอย่างเช่น Item 37 ที่ครูถามว่า “แล้วพอพูดถึงนิยาม a คูณกัน n ตัว พวกเราคิดว่าแนวคิดของใครเข้าใจได้ชัดเจน” ซึ่งจาก Item 38 หยงตอบว่า “ซิงกับฟางนะคะ เขาแยกตัวประกอบเป็นสองคูณกันเรื่อยๆ มันจะชัดเจนเลยคะ” เป็นต้น

อภิปรายผลการวิจัย

จากการสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบทฤษฎีของ Dubinsky & McDonald (2001) พบว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ได้แก่ ระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และมีนักเรียนบางส่วนที่มีความเข้าใจในระดับวัตถุและสามารถเชื่อมโยงให้เป็นส่วนหนึ่งโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema) ได้ ทั้งนี้เนื่องจากตัวสถานการณ์ปัญหาเป็นลักษณะของปัญหาปลายเปิดที่เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจของตนเอง ทำให้เกิดแนวคิดที่มีความแตกต่างและหลากหลาย นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากแนวคิดของเพื่อนๆ จากการอภิปรายแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน สอดคล้องกับ Yackel & Hanna (2003: 22-44) กล่าวว่า การเรียนด้วยความเข้าใจสามารถพัฒนาได้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน โดยให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดหรือข้อาคัดเตทางคณิตศาสตร์

จากการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด จะทำให้ชั้นเรียนคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปจากเดิม กล่าวคือ ครูไม่ใช่ผู้ถ่ายทอดเนื้อหาสู่นักเรียน แต่ครูทำหน้าที่เป็นโค้ชคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เขาสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งการเรียนด้วยความเข้าใจจะเป็นพื้นฐานในการนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สอดคล้องกับ [NCTM] (2000) ที่กล่าวว่าการส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้ครูมีวิธีการ “How to” เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด สอดคล้องกับแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557)

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ:

โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กำจร มณีแก้ว. (2552). “การพัฒนาชุดความรู้พื้นฐานเลขยกกำลัง”. กรุงเทพฯ:

มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา.

ขวัญใจ สายสุวรรณ. (2554). “การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1”.

วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

มนิรัตน์ บุญท้วม. (2555). “การศึกษาผลการใช้บทเรียนบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตแบบร่วมมือเทคนิคกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ (STAD) วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมอนันต์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6”.

Veridian E-Journal, ปีที่ 5, ฉบับที่ 1 (มกราคม-เมษายน): 490.

ไมตรี อินทรประสิทธิ์. (2547). “การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น”

KKU Journal of Mathematics Education, 1 (January-June), 1-15.

ไมตรี อินทรประสิทธิ์. (2557). เอกสารการบรรยาย รายวิชา **วิชาชีพครู (Teaching Profession)**. ขอนแก่น:

ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

วัชรภรณ์ ปรานิธรรม. (2549). “การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก”. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สายไหม โพธิ์ศิริ (2555). “การศึกษาการศึกษาลักษณะการเรียนรู้และการพัฒนาการทำงานกลุ่ม โดยใช้ชุดการเรียนรู้ร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาล 3 ประชาอินดี”. Veridian E-Journal, ปีที่ 5, ฉบับที่ 1 (มกราคม-เมษายน): 507-509.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2550). “เทคนิคการสอนแบบ Math League พัฒนาการเรียนรู้ได้อย่างไร.” วารสารวิชาการ 10, 2 (เมษายน-มิถุนายน): 40-43.

อัมพร มาคะนอง. (2547). **ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

ภาษาต่างประเทศ

Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). “APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research”. In **The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study**, 273-280. Edited by Holton, et al. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Inprasitha, M. (2010). “One Feature of Adaptive Lesson Study in Thailand-Designing Unit”.
In **Proceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education**,
193-206. Dongkook University, Gyeongju.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). “The learning principle.” In **Principles
and Standards for School Mathematics and Teacher Education**, 20-21. USA.
- Pitta-Pantazi, D. (2007). “Secondary school students’ levels of understanding in computing
exponents”. In **The Journal of Mathematical Behavior**, 26 (4): 301-302.
- Weber, K. H. (2002). “Students’ understanding of exponential and logarithmic Functions”. In
**Proceedings from the 2nd international conference on the
teaching of mathematics**, 26-29.
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003). “Reasoning and proof.” In **A research companion to Principles
and Standards for School Mathematics**, 22-44. Edited by J. Kilpatrick, W. G. Martin, &
D. Schifter. National Council of Teachers of Mathematics.